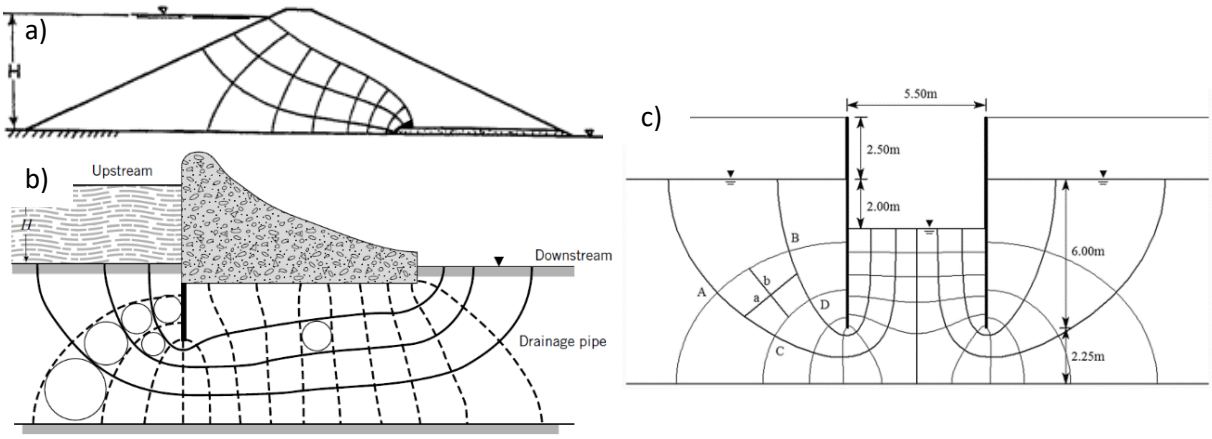
1.4 Proudová síť

Grafická metoda vycházející z Laplaceovy rovnice. Jedná se o soustavu proudnic a ekvipotenciál, které jsou uspořádány tak, aby vzájemně tvořily tzv. **deformované čtverce**.

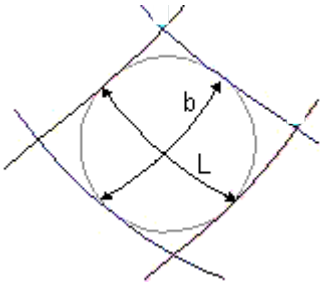
Proudová síť dokáže popsat hydraulické poměry (**u**, **i**, **p_v**…) v prostředí se složitou geometrií. Díky tomu můžeme určovat například velikost přítoků do stavebních jam, namáhání konstrukcí hydrostatickým tlakem a vztlakem, namáhání zeminy proudovým tlakem…



Obr. 15 Příklady proudových sítí a) průsak homogenní zemní hrází na nepropustném podloží (https://people.eng.unimelb.edu.au/stsy/geomechanics_text/Ch6_SeepDam.pdf), b) průsak propustným podložím betonové hráze s těsnicí clonou (https://structville.com/flownets-two-dimensional-flow-of-water-through-soils), c) průsak do stavební rýhy budované pod vodní hladinou (https://link.springer.com/article/10.1007/s10706-019-01111-9)

Deformovaný čtverec: je čtverec, jehož hrany jsou tvořeny křivkami (tedy ne nutně přímkami). Platí pro něho však že:

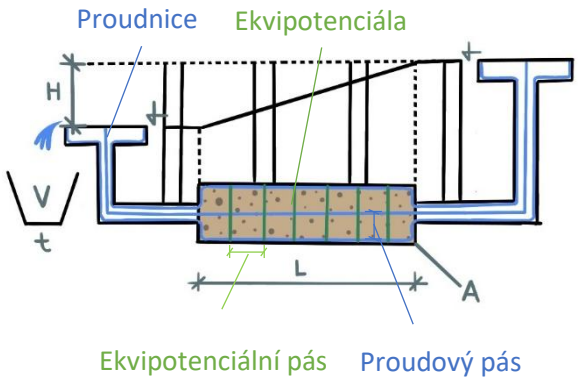
1) křivky se vzájemně protínají pod pravým úhlem,
2) lze do něho vepsat kružnice tak, aby se dotýkala všech čtyř hran – tedy vzdálenost „b“ a „L“ na Obr. 14 jsou shodné.



Obr. 14 Deformovaný čtverec

1.4.1 Stanovení průsaku pomocí proudové sítě

Přímý tvar konstantního průřezu:



Obr. 16 Proudová sít konstantního průřezu a přímého tvaru

Pro stanovení průsaku lze využít vzorec:

$$Q = K * H * \frac{m}{n} \left[\frac{m^3}{s}\right]$$

Kde (viz Obr. 16):

K filtrační koeficient,

H rozdíl hladin,

m počet proudových pásů,

n počet ekvipotenciálních pásů.

Výpočet průsaku propustoměrem dle Obr. 16 o parametrech A = 0,1*0,1 H = 1,4 m, L = 0,35 m, K = 5*10-5:

1) podle Darcyho filtračního zákona

$$Q = A * K * i = 0{,}01 * 5 * 10^{-5} * 4 =$$

$$= 2 * 10^{-6} \frac{m^3}{s}$$

2) pomocí proudové sítě

$$Q = K * H * \frac{m}{n} = 5 * 10^{-5} * 1{,}4 * \frac{2}{7} =$$

$$= 2 * 10^{-5} \frac{m^3}{s}$$

$$= na\ 1\ bm\ \check{s}\acute{\imath}\check{r}ky => * 0{,}1\ m\ =>$$

$$= 2 * 10^{-5} * 0{,}1 = 2 * 10^{-6} \frac{m^3}{s}$$

Proudové pásy si lze představit jako pomyslné paralelně uložené „trubky“ vyplněné zeminou. Čím více trubek, tím větší průsak Q [m^3/s]. Zároveň ekvipotenciální pásy nám dávají informaci o délce „trubek“ (proudových pásů). Čím delší „trubka“ tím větší odpor proti proudění.

Platí, že každým proudovým pásem prosakuje vždy stejné množství vody za jednotku času v libovolném průřezu. Tedy v Proudovém pásu 1 je všude stejný průsak Q [m^3/s] jako v pásu 2.

Zakřivený tvar konstantního průřezu:

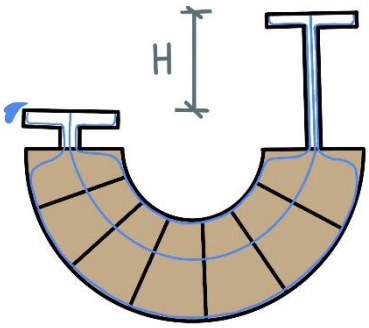
Na Obr. 17 máme propustoměr o shodných parametrech jako v předchozím případě včetně délky vzorku L = 0,35 m (měřeno po střednici).

Tvar je však zakřivený a z proudové sítě můžeme vidět, že vnitřní proudové pásy jsou kratší nežli vnější. Voda proudící vnitřním proudovým pásem má tedy kratší dráhu, tudíž zemina klade proudění menší odpor a voda zde proudí rychleji, zatímco pro vnější proudový pás platí přesný opak. Zároveň je však vnitřní proudový pás užší (má menší průřez) nežli vnější pás. Tedy vnitřním pásem prosakuje voda rychle ale malým průřezem a vnějším pásem pomalu ale velkým průřezem.

Tuto disproporci zajišťují právě **deformované čtverce**, a díky ní opět platí, že každým proudovým pásem prosakuje vždy stejné množství vody (červené tvrzení výše).

Výsledek je shodný jako v předchozím případě, tedy:

$$Q = 2 * 10^{-6} \frac{m^3}{s}$$



Obr. 17

Vztah mezi Darcyho filtračním zákonem a výpočtem průsaku dle proudové sítě obecného tvaru:

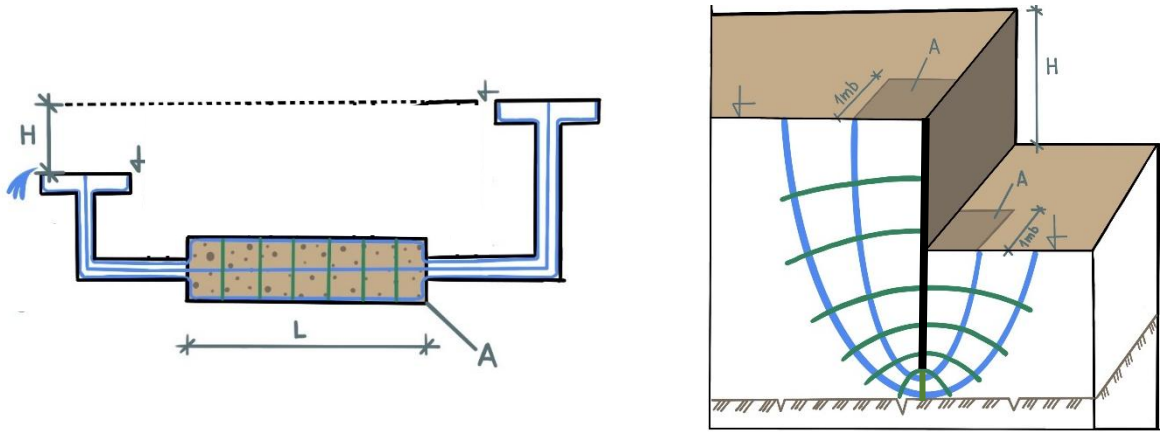
Níže je přestaveno názorné propojení Darcyho filtračního zákona a proudové sítě pomocí jednoduché úvahy o spojitostech mezi propustoměrem a proudovou sítí pažící konstrukce.

$$Q = A * K * i$$

$$Q = K * H * \frac{m}{n}$$

Vyjadřuje šířku oblasti, kterou prosakuje voda

Vyjadřuje délku oblasti, kterou prosakuje voda



Obr. 18 Průsak a) propustoměrem, b) pod pažící stěnou do stavební jámy

$$Q = A * K * i = \underbrace{1 * m}_{1\,bm*m} * K * \underbrace{\frac{H}{n}}_{H/n} = K * H * \frac{m}{n} \left[\frac{m^3}{s}\right]$$

A

i

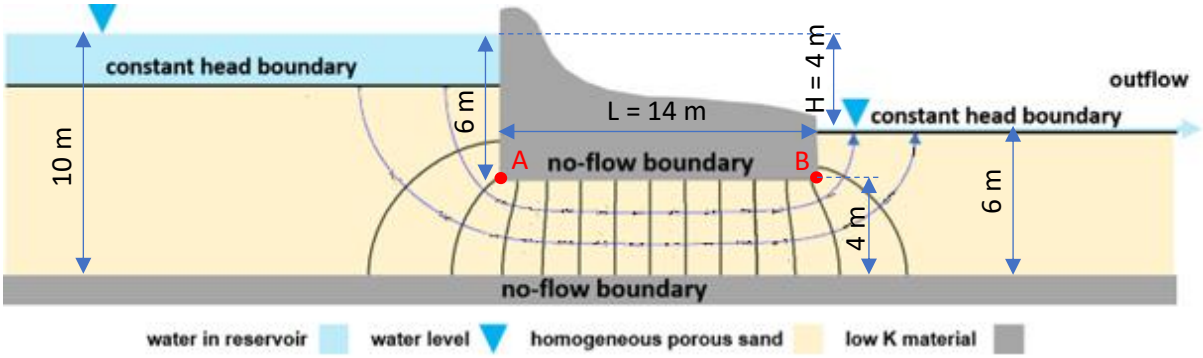
1.4.2 Stanovení vztlaku pomocí proudové sítě

jak bylo vysvětleno, průsakem vody skrz zeminu dochází k jejím tlakovým ztrátám, resp. ke ztrátám její tlakové výšky. Průběh hydrostatického tlaku (pórového tlaku) v zemině zobrazují ekvipotenciály podobně, jako vrstevnice na mapě zobrazují změnu nadmořské výšky.

Vztlak působící na základovou spáru přehrady:

Máme rozdíl hladin nad a pod přehradou na Obr. 19 o velikosti H = 4 m a počet ekvipotenciálních pásů n = 14. Znamená to, že pokud voda překoná dráhu od jedné ekvipotenciály ke druhé, ztratí tím 1/14 rozdílu tlakové výšky, tedy:

$$\Delta H = \frac{H}{n} = \frac{4}{14} = 0{,}286\ m$$



Obr. 19 https://books.gw-project.org/graphical-construction-of-groundwater-flow-nets/chapter/drawing-a-flow-net-for-flow-beneath-an-impermeable-dam/

1) Pórový tlak v bodě A:

Hledáme odpověď na otázku: "Jak vysoko by vystoupala voda v trubičce, kterou bychom vedli od bodu A k hladině?" Pokud by voda neproudila, voda v trubičce by vystoupala až k hladině, tedy 6 m, což by byla Tlaková výška v bodě A.

Jelikož se však jedná o ustálené proudění, voda při průsaku skrz dno nad přehradou až k bodu A překoná přesně dva ekvipotenciální pásy. Tím ztratí tlakovou výšku odpovídající: 2*ΔH, tedy tlaková výška v bodě A je:

$$H_a = 6 - 2 * \Delta H = 6 - 2 * 0{,}286 = 5{,}428\ m$$

Pórový tlak potom je:

$$u_a = H_a * \gamma_w = 5{,}428 * 10 = 54{,}28\ kPa$$

2) Pórový tlak v bodě B:

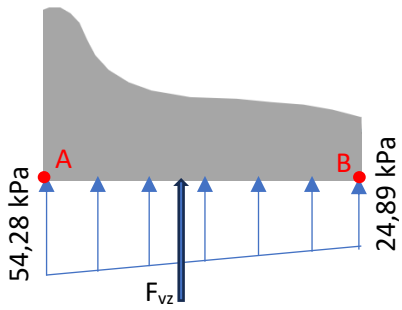
Stanovíme stejně jako v bodě A, přičemž tentokrát voda prosakující až k bodu B překoná celkem cca 12,2 ekvipotenciálních pásů. Tlaková výška v bodě B tedy je:

$$H_b = 6 - 12{,}2 * \Delta H = 6 - 12{,}2 * 0{,}286 = 2{,}489\ m$$

Pórový tlak potom je:

$$u_a = H_a * \gamma_w = 3{,}489 * 10 = 24{,}89\ kPa$$

Jelikož proudová síť mezi body A a B je rovnoměrná, bude zde rovnoměrně rozdělená i změna hydrostatického (pórového) tlaku. Hydrostatický tlak působí ve všech směrech stejnou velikostí,



Obr. 20 Vztlak působící na základovou spáru přehrady

z čehož i vyplývá, že působí vždy kolmo na omezující povrchy. V případě naší přehrady je to směrem vzhůru (vztlakem) na její základovou spáru – viz Obr. 20.

Výsledná vztlaková síla na přehradu F_{vz} pak odpovídá ploše zatěžovacího obrazce:

$$F_{vz} = \frac{u_a + u_b}{2} * L = \frac{54{,}28 \ + \ 24{,}89}{2} * 14 = 554{,}2 \ kN$$

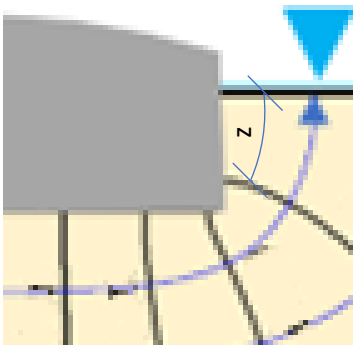
1.4.3 Posouzení ztekucení pomocí proudové sítě

V kapitole 1.3 bylo ukázáno, že aby ke ztekucení nedošlo, musí platit, že objemová tíha zeminy pod vodou je větší nežli proudový tlak, který na ni působí v opačném směru, tedy:

$$\boldsymbol{\gamma_{su} > p_v}$$

Posouzení ztekucení zeminy v patě přehrady:

Zaměříme se na poslední deformovaný čtverec prvního proudového pásu. Zde proudí voda zeminou směrem vzhůru. Z kapitoly 1.4.2 známe rozdíl tlakových výšek mezi dvěma ekvipotenciálami vymezujícími deformovaný čtverec **ΔH** = 0,286 m. Průměrnou dráhu, kterou zde voda urazí, můžeme odměřit z výkresu proudové sítě jako **z** = 1,4 m (viz Obr. 21).



Obr. 21

Nyní můžeme stanovit hydraulický gradient příslušný oblasti deformovaného čtverce jako:

$$i = \frac{\Delta H}{z} = \frac{0{,}286}{1{,}4} = 0{,}20$$

proudový tlak stanovíme pomocí:

$$p_v \ = \ \gamma_w * i = 10 * 0{,}2 = 2 \ kN/m3$$

Z předpokladu, že objemová tíha plně nasycené zeminy $\boldsymbol{\gamma_{sat}}$ odpovídá cca 21 kN/m^3 určíme objemovou tíhu zeminy pod vodou $\boldsymbol{\gamma_{su}}$ jako:

$$\gamma_{su} = \gamma_{sat} - \gamma_w = 21 - 10 = 11 \ kN/m^3$$

A ověříme splnění podmínky:

$$\boldsymbol{\gamma_{su} > p_v \Rightarrow 11 \ \frac{kN}{m^3} > 2 \ \frac{kN}{m^3} \Rightarrow VYHOVUJE}$$

Také bychom mohli riziko ztekucení zeminy posoudit pomocí kritického hydraulického gradientu (viz kapitola 1.3), kdy platí, že ke ztekucení nedojde, pokud **i** < $\mathbf{i_{cr}}$.

Kritický hydraulický gradient stanovíme jako (viz kapitola 1.3):

$$i_{cr} = \frac{\gamma_{su}}{\gamma_w} = \frac{11}{10} = 1{,}1$$

Pak platí, že:

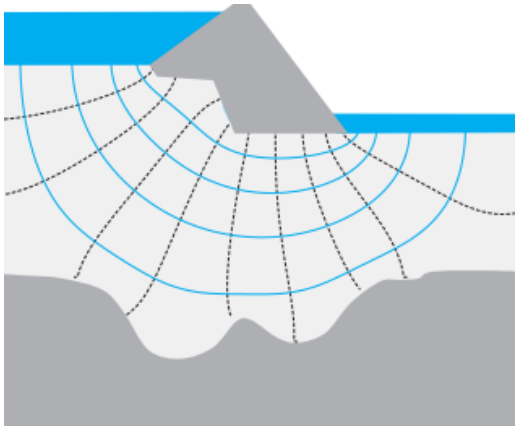
$$\boldsymbol{i < i_{cr} \Rightarrow 0{,}2 < 1{,}1 \Rightarrow VYHOVUJE}$$

1.4.4 Příklady:

1) Jak se změní výsledek výpočtu, pokud proudová síť na Obr. 16 bude dvojnásobně jemnější?

2) Stanovte průsaky objektů a), b), c) na Obr. 15 (na 1 bm), pokud:
   K = 3*10-7 m/s,
   rozdíly hladin: H_a = 20 m, H_b = 50 m, H_c = 4,5 m.

3) Jaký je filtrační koeficient podloží pod přehradou na Obr. 22, pokud H =12 m a Q = 281,664 l/den (na 1bm)? (K = 6*10^{-7} m/s, pokud předpokládám m = 4,5)

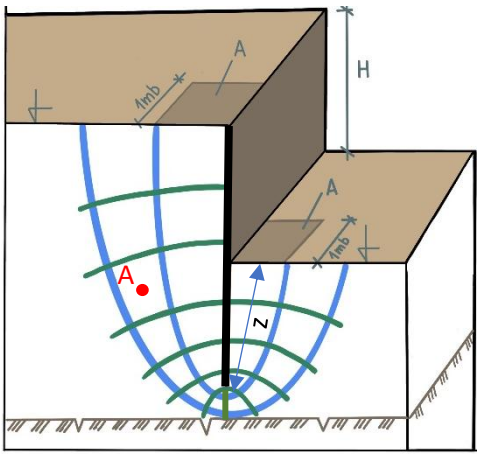


Obr. 22

4) Určete velikost proudového tlaku a posuďte riziko ztekucení zeminy u vetknuté pažící stěny na Obr. 23. Posouzení neprovádějte pouze pro poslední deformovaný čtverec, ale pro celou oblast vetknutí (posouzení pouze horního čtverce by vyšlo příliš příznivě jelikož je největší, tedy má nejdelší dráhu vody, což příznivě ovlivňuje hydraulický gradient). **Oblast posuďte jako jeden celek.** Celkový rozdíl hladin H = 2,4 m, hloubka vetknutí pažící stěny je 3 m a dráha vody **z** cca odpovídá hloubce vetknutí.

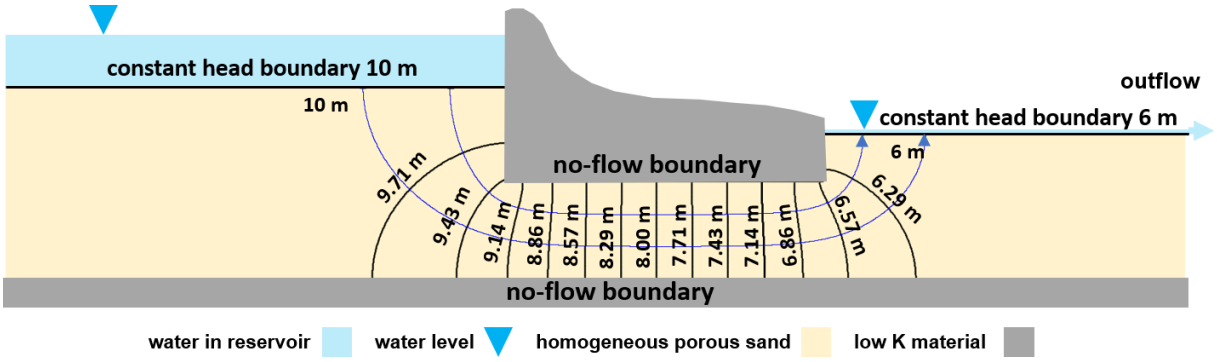
5) Stanovte velikost pórového tlaku v bodě A na Obr. 23, bod je uprostřed deformovaného čtverce – využijte interpolaci.

6) Vykreslete pórový tlak působící na pažící stěnu na Obr. 23 z levé i z pravé strany.
   Postup: na každé ekvipotenciále stanovte velikost pórového tlaku. Tato hodnota bude odpovídat velikosti hydrostatického tlaku působícího kolmo na pažící stěnu v místě, kde se daná ekvipotenciála stěny dotýká (místo odměřte pravítkem).



Obr. 23

7) Vykreslete výsledný obrazec namáhání pažící stěny na Obr. 23 pórovým tlakem (Výsledný obrazec vznikne odečtením hydrostatického tlaku působícího na stěnu zprava od tlaku působícího zleva).


constant head boundary 10 m
10 m
outflow
constant head boundary 6 m
6 m
no-flow boundary
9.71 m
9.43 m
9.14 m
8.86 m
8.57 m
8.29 m
8.00 m
7.71 m
7.43 m
7.14 m
6.86 m
6.57 m
6.29 m
no-flow boundary
water in reservoir
water level
homogeneous porous sand
low K material