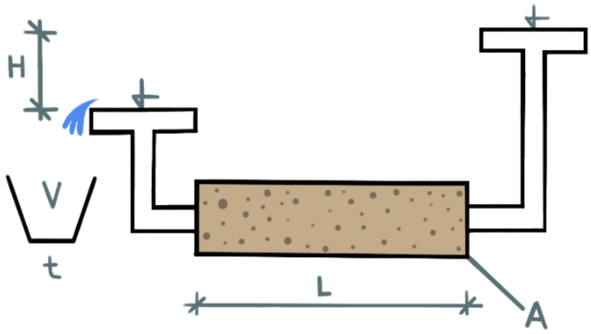
1 Proudění vody v zeminách

1.1 Darcyho filtrační zákon

Závisí na propustnosti zeminy, která je charakterizována koeficientem filtrace K [m/s] (viz CV1). Ten lze stanovit pomocí propustoměru, který je znázorněn na obrázku níže.



Obr. 1

Proudění vody v propustoměru popisuje **Darcyho filtrační zákon**:

$$v_f = K*i \text{ [m/s]}$$

kde:

v_f [m/s] rychlost proudění vody v zemině (zdánlivá (**1**)),

i = H/L [-] hydraulický gradient (**2**) – poměr rozdílu tlakových výšek (H) (**3**) a dráhy, kterou voda v zemině urazí (L),

K [m/s] filtrační koeficient (viz cv1) = konstanta – udává **rychlost** průsaku vody zeminou **při jednotkovém hydraulickém gradientu** (i = 1) – tedy pokud dráha (L), kterou voda v zemině urazí se rovná rozdílu tlakových výšek (H).

Darcyho filtrační zákon lze dále upravit:

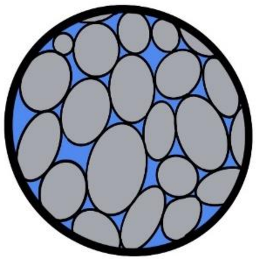
vf = Q/A [m/s] => Q/A= K*i => Q = A*K*i [m3/s] nebo K = Q/(A*i) [m/s]

kde:

A [m2] průřez, kterým proudí voda,

Q [m3/s] Objemový průsak/průtok (množství vody, které proteče daným průřezem za jednotku času).

(1) Filtrační rychlost:

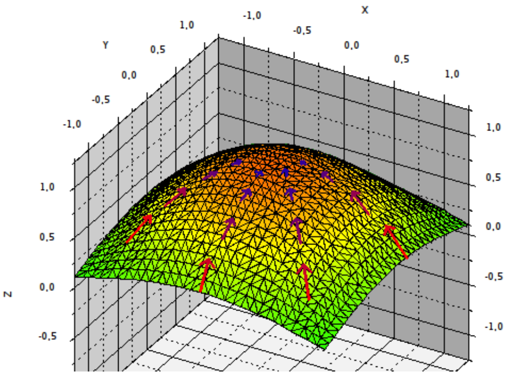


Jedná se o pouze o zdánlivou rychlost, kterou voda v zemině jakožto porézním materiálu proudí. Ze vztahu v_f = Q/A totiž vyplývá, že filtrační rychlost je vztažena na celý průřez vzorku nikoli pouze na plochu pórů. Skutečná rychlost proudění vody v pórech „v“ je tedy vyšší:

v = Q/(A*n) = v_f*n

Obr. 2

(2) Gradient:



Obr. 3 [Wikipedie]

Gradient je diferenciální operátor, jehož výsledkem je vektorové pole vyjadřující směr a velikost největší změny skalárního pole.

Obecný příklad: Gradient na 3D povrchu - červená šipka značí největší růst, modrá mírnější růst, na vrcholu je růst i gradient nulový.

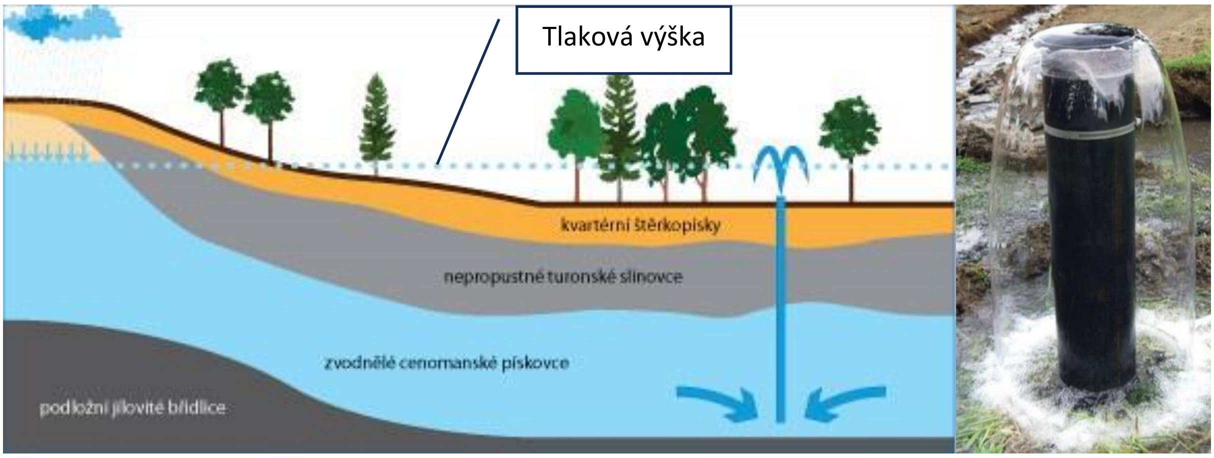
(3) Tlaková výška H:

Vyjadřuje hydrostatický tlak vody (pórový tlak **u**) jako odpovídající výšku vodního sloupce, který tento tlak vyvolá.

$u = \gamma_w * H \Rightarrow H = u/\gamma_w$ (viz CV 3).

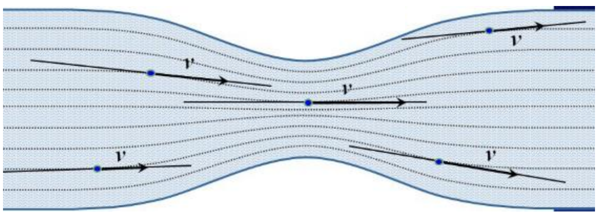
Jedná se tedy zároveň o výšku, do které voda vystoupá v případě jejího navrtání.

Artéská voda: je podzemní voda v napjaté zvodni, která má výtlačnou (tlakovou) výšku hladiny nad úrovní povrchu terénu.



Obr. 4 [???]

S prouděním vody jsou spojeny také pojmy proudnice a ekvipotenciála:

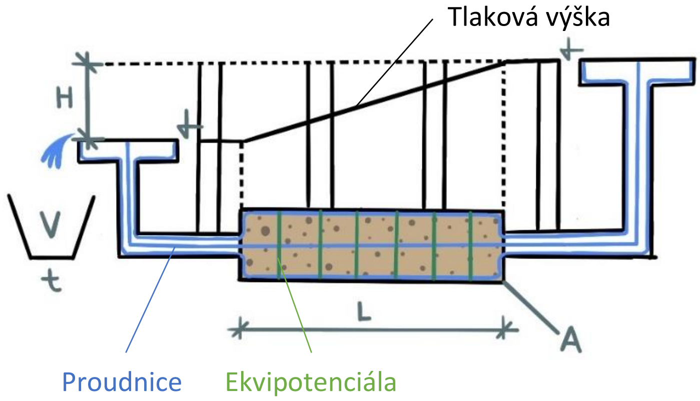


Obr. 5

Proudnice: myšlená čára, jejíž tečna v každém bodě určuje směr rychlosti pohybující se částice. Je to trajektorie jednotlivých částic proudící tekutiny.

Čím jsou jednotlivé proudnice blíže u sebe, tím je rychlost proudění větší a hydrostatický (všesměrný) tlak menší. Proudnice se nikde neprotínají, každým bodem tekutiny prochází právě jedna

Ekvipotenciála: plocha (ve 2D čára) konstantní hodnoty určitého potenciálu – v tomto případě hydrostatického tlaku. Hydrostatický tlak je stejný v místech se stejnou tlakovou výškou (H)



Obr. 6 Proudnice a ekvipotenciály v přímém tvaru konstantního průřezu

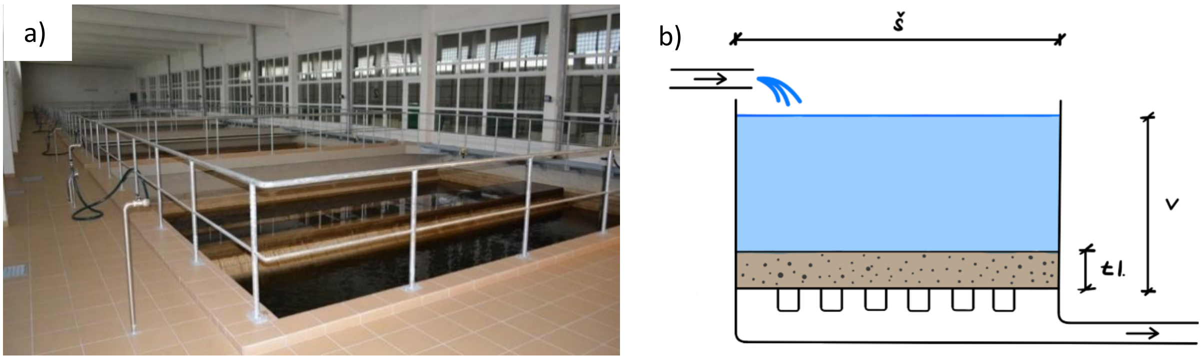
Příklad proudění:

Voda proudí vždy ve směru největšího hydraulického gradientu (i), tzn ve směru největšího spádu. V přírodě to znamená, že směr horského pramene bude kolmý na vrstevnice, jelikož kolmice je nejkratší dráha mezi vrstevnicemi (L), kdy voda ztratí nejvíce své nadmořské (tlakové) výšky (H).

Obr. 7 [mapy.cz]

1.1.1 Příklady

1) Vzorek zeminy o průměru 113 mm a délce L = 109,5 mm byl zkoušen v klasickém propustoměru s konstantním spádem. Za čas t = 300 s při rozdílu hladin H = 1300 mm proteklo do odměřovací nádoby 1000 cm3. Určete koeficient filtrace K. (K = 2,8 * 10^{-5} m/s)
2) Jeden bazén s pískovým filtrem ve Zdroji pitné vody Káraný (Obr. 8) má rozměry 2,5 x 5 x 2,5 m (d x š x v), tloušťku filtrační vrstvy na dně 0,5 m a koeficient filtrace K = 3*10^{-4}. Za jak dlouho tento bazén přefiltruje vodu o objemu jedné autocisterny velikosti 8 m^3? (t = 7‘ 7“)



Obr. 8 a) foto bazénu, b) řez [vodní zdroj Káraný]

1.2 Proudový tlak

Na obr. 1 jsme zjistili, že změna tlakové výšky je způsobena ztrátami, jelikož zemina klade odpor proti proudění vody (např. třením). Prosakující voda tedy vyvozuje na zeminu silový účinek označovaný jako „**Proudový (Průsakový) tlak“**.

1.2.1 Měrný proudový tlak p_v – odvození

Voda při průsaku zeminou mezi profily 1 a 2 na Obr. 9 ztratí tlakovou výšku „Z“. Tento rozdíl se neproměnil v kinetickou energii, jelikož se jedná o ustálené proudění konstantním průřezem.

Měrný proudový tlak p_v je definován jako odpor objemové jednotky zeminy proti proudění vody. Můžeme ho odvodit pomocí úvahy, že mezi profily 1 a 2 (Obr. 9) vzdálenými od sebe „L“ je rozdíl mezi působícím zatížením:

$$P = Z * A * \gamma_w$$

Kde:

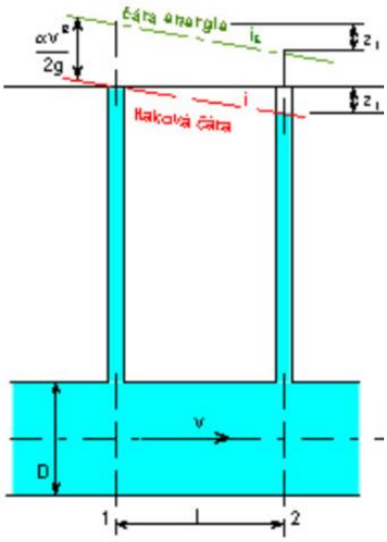
A [m^2] průřezová plocha,

P [kN] síla vyjadřující celkový proudový tlak působící na zeminu objemu „A*L“.

Potom lze měrný proudový tlak p_v stanovit jako:

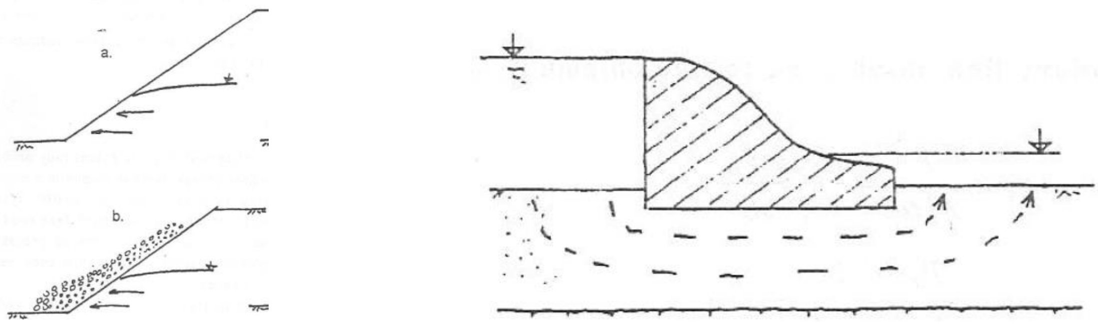
$$p_v = \frac{P}{A * L} = \frac{Z * A * \gamma_w}{A * L}$$

$$\boldsymbol{p_v = i * \gamma_w} \; [\boldsymbol{kN/m^3}]$$



Obr. 9

Směr proudového tlaku je vždy ve směru proudění vody.



Obr. 10 [Vaníček Geomechanika 10]

1.2.2 Proudový tlak – odvození z Bernoulliho rovnice (nepovinné)

Potenciální energie vody => tlak * objem = p*V

Kinetická energie vody => ½ m*v^2 = pohyb vody
(v zeminách obvykle zanedbatelná kvůli malé rychlosti proudění)

Zákon zachování energie:

$$E_k + E_p + E_g = konst.$$

Bernoulliho rovnice:

$$\frac{1}{2}mv^2 + pV + mgh = konst.$$

Výškový tvar Bernoulliho rovnice (po vydělení tíhou ρ*g)

$$\frac{v^2}{2g} + \frac{p}{\rho g} + h = konst$$

Stanovení ztrát prouděním „Z“ [m]: sestavíme Bernoulliho rovnici pro řezy 1 a 2 v potrubí vzdálených „L“ [m] (Obr. 9) a zjistíme jejich rozdíl:

$h_1 = h_2$

$$\cancel{\frac{v_1^2}{2g}} + \frac{p_1}{\rho g} + \cancel{h_1} - (\cancel{\frac{v_2^2}{2g}} + \frac{p_2}{\rho g} + \cancel{h_2}) = Z$$

$v_1 = v_2$

Úpravou získáme:

$$\frac{p_1}{\rho g} - \frac{p_2}{\rho g} = \frac{p_1 - p_2}{\rho g} = \frac{\Delta p}{\rho g} = Z$$

Všimněme si, že ztráty „Z“ máme definované jako ztráty tlakové výšky. Ty jsou způsobeny silovým působením mezi částicemi a vodou (např. třením). Poté můžeme definovat hydraulický gradient „i“ následovně:

$$i = \frac{Z}{L} = \frac{\frac{\Delta p}{\rho g}}{L}$$

Potom:

$$\frac{\Delta p}{\rho g} = i * L$$

$$\frac{\Delta p}{L} = i * \rho g \left[\frac{kN}{m^3}\right]$$

Tlak **p** = **síla** vztažená na plochu průřezu [kN/m^2]

Dělíme dráhou **L** [m], na které došlo k poklesu tlaku Δp

[kN/m^3]

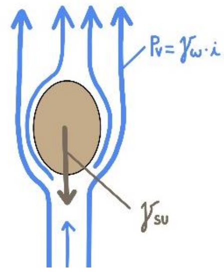
Na levé straně rovnice výše se nachází výraz označující změnu síly [kN] vztaženou na plochu průřezu [m^2] a zároveň vztaženou na vzdálenost, na které ke změně došlo [m]. Jedná se tedy o **měrný proudový tlak „p_v“**. Na pravé straně rovnice pouze zaměnníme hustotu vody * gravitační zrychlení za její měrnou tíhu. Temito úpravami dostaneme:

$$p_v = \frac{\Delta p}{L} = i * \rho g = i * \gamma_w \left[\frac{kN}{m^3}\right]$$

$$\boldsymbol{p_v = i * \gamma_w \left[\frac{kN}{m^3}\right]}$$

1.3 Ztekucení zeminy

Na Obr. 10 by u paty přehrady mohlo dojít k takzvanému ztekucení dna. To nastává v případě, kdy proudový tlak působící směrem vzhůru překoná vlastní tíhu zrníček zeminy (Obr. 11) a ty se tak dostanou do stavu bez tíže. Poté mohou být volně odnášeny proudící vodou pryč, čímž postupně dochází k podemletí přehrady a jejímu kolapsu.



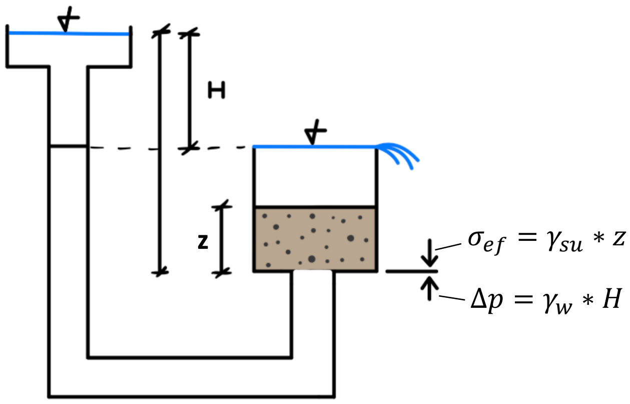
Obr. 11

Pomocí dvou spojených nádob na Obr. 12 je ztekucení blíže vysvětleno. Zaměřme se na rozhranní mezi dnem spodní nádrže a napojením potrubí od horní nádrže.

Dokud platí, že:

$$\sigma_{ef} > \Delta p$$

Je soustava v klidu a voda pouze prosakuje skrz zeminu směrem vzhůru.



Obr. 12

Úpravou získáme:

$$\gamma_{su} * z > \gamma_w * H$$

$$\gamma_{su} > \gamma_w * \frac{H}{z}$$

$$\gamma_{su} > \gamma_w * i$$

$$\boldsymbol{\gamma_{su} > p_v}$$

Pokud bychom hledali hraniční rovnováhu, vyměníme znaménko nerovnosti za znaménko rovnosti:

$$\gamma_{su} = p_v$$

Rozepsáním pravé strany a vyjádřením hydraulického gradientu získáme definici pro tzv. **kritický hydraulický gradient:**

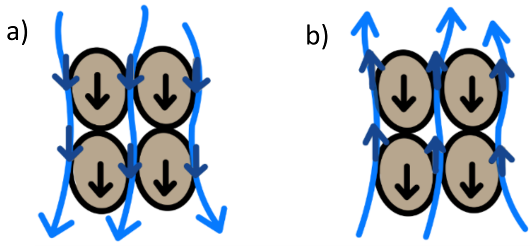
$$\gamma_{su} = \gamma_w * i_{cr}$$

$$\boldsymbol{i_{cr} = \frac{\gamma_{su}}{\gamma_w} \approx \frac{10}{10} = 1}$$

Ke ztekucení dojde, pokud navrhneme takovou geotechnickou konstrukci, pro kterou bude platit, že hydraulický gradient v její okrajové části bude větší, nežli kritický hydraulický gradient (viz pata přehrady na Obr. 10).

$$\boldsymbol{i > i_{cr} => Dojde\ ke\ ztekucení\ zeminy}$$

Toto platí pro konkrétní případ proudění svisle vzhůru ve směru přímo proti působení gravitace.



Obr. 13 a) Proudění směrem dolů; b) proudění směrem vzhůru

1.3.1 Příklady:

1) Určete velikost a směr proudového tlaku $\mathbf{p_v}$ působícího na zrníčka v propustoměru na Obr. 6, pokud rozdíl hladin H = 1,4 m a délka vzorku L = 0,35 m. (p_v = 40 kN/m^3)
2) Jaký minimální rozdíl hladin **H** na Obr. 12 je potřeba, aby došlo ke ztekucení zeminy? Mocnost vrstvy zeminy z = 0,3 m, měrná hmotnost skeletu ρ_s = 2650 kg/m3, číslo pórovitosti e = 0,4. (H > 0,35 m)