

Mechanika hornin

Přednáška 5

Napětí, deformace a numerické modelování horninového masivu

prof. Ing. Matouš Hilar, Ph.D.

Napětí v horninovém masivu

- Primární napjatost
- Sekundární napjatost
- Vliv na stabilitu podzemního díla

Dále lze uvažovat:

- Bobtnání horniny
- Tlačivé projevy
- Teplotní změny

Primární napjatost

Gravitační

Vyvolána objemovou tíhou hornin

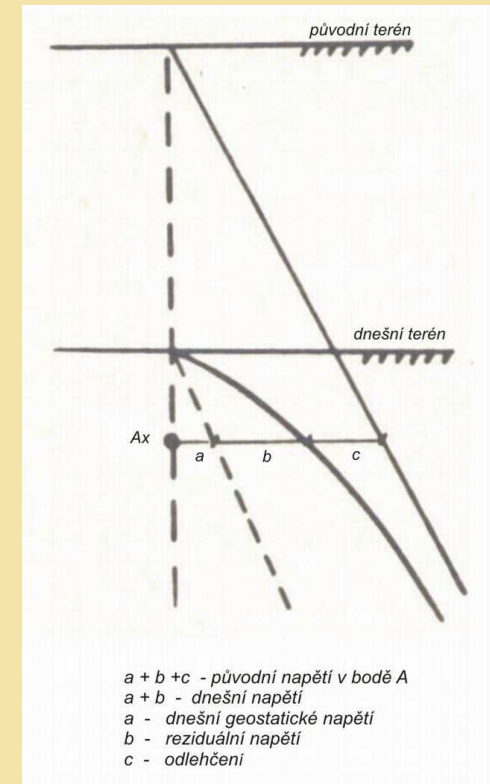
Tektonická

a) recentní

Vyvolaná horotvornými silami masivu

b) reziduální

Vyvolaná objemovou tíhou hornin nadloží, bylo v geologické minulosti sneseno (např. denudací).



Gravitační primární napjatost

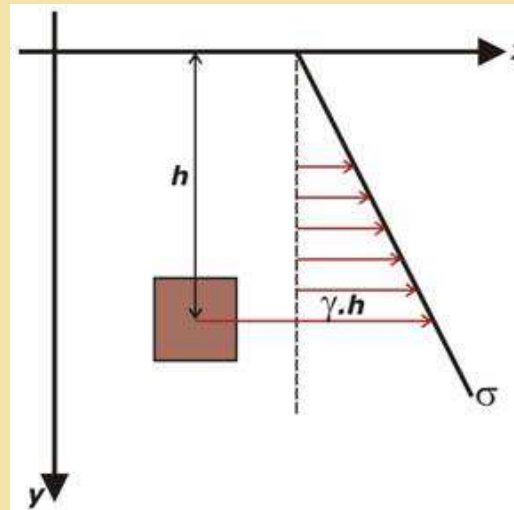
Napětí svislé v hloubce h : $\sigma_z = \gamma \cdot h$

Napětí vodorovné v hloubce h : $\sigma_x = K_0 \sigma_z$

Horniny: $K_0 = \frac{\nu}{1 - \nu}$

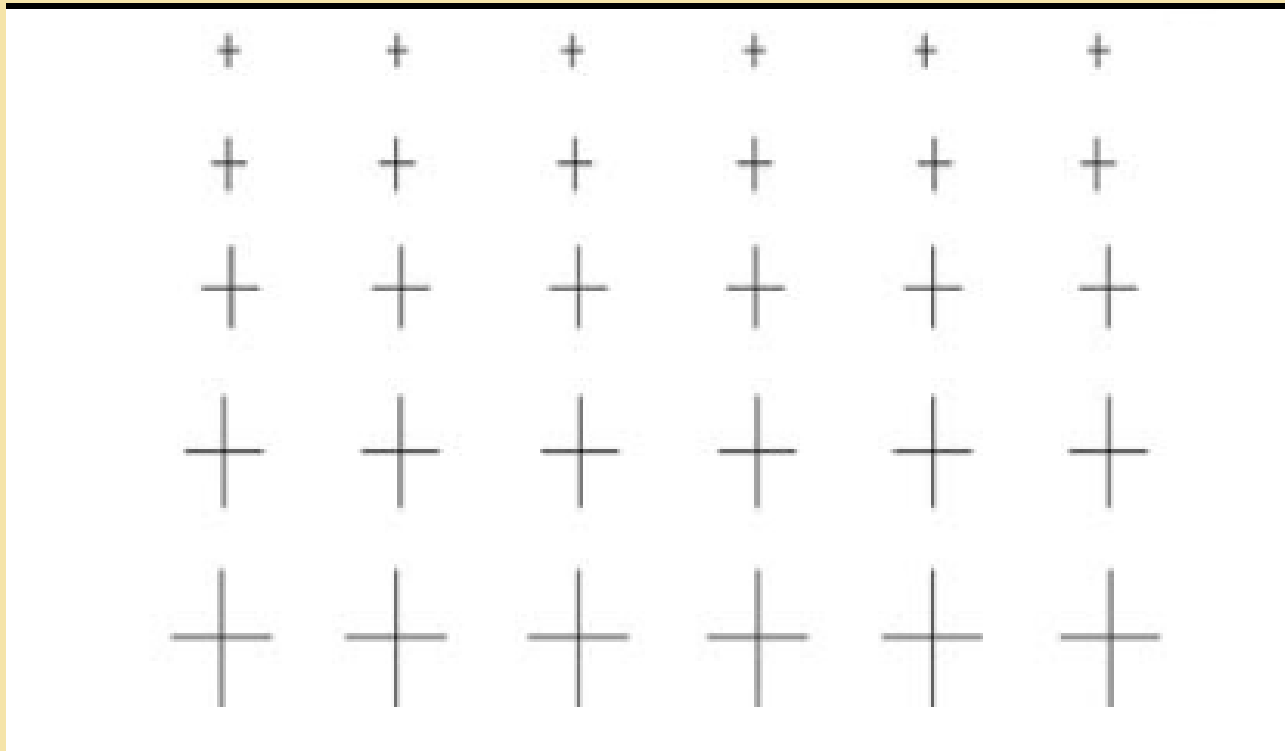
Zeminy: $K_0 = 1 - \sin \varphi$

Pro vrstevnaté prostředí:

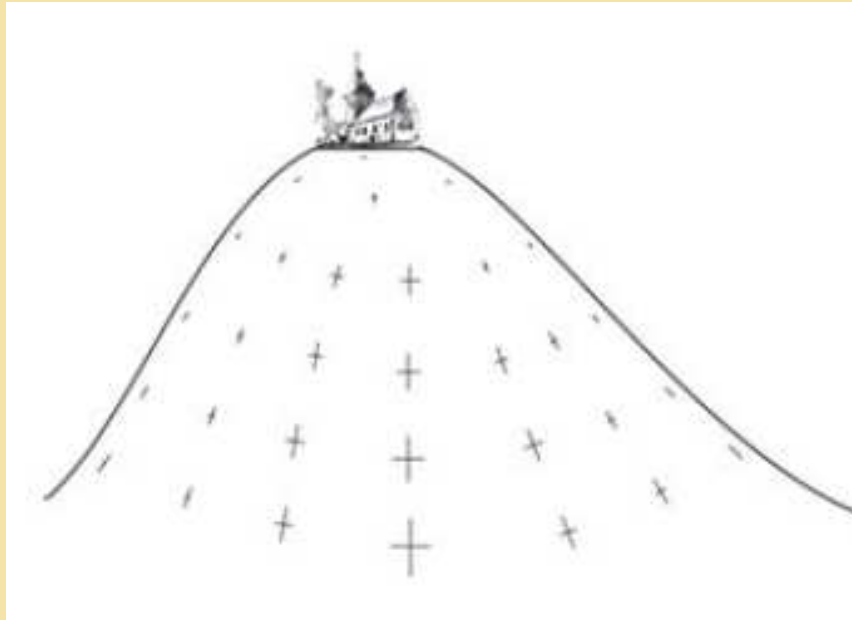


$$\sigma_z = \sum_1^h \gamma_i \cdot h_i \text{ respektive } \sigma_z = \int_{\gamma_1}^{\gamma_2} \int_0^h d \gamma dh$$

Primární napjatost Vodorovný terén

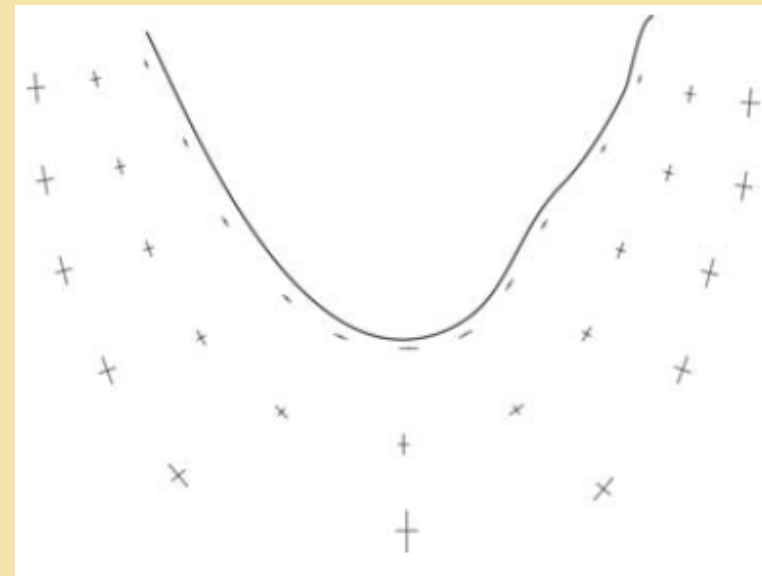


Primární napjatost Vliv topografie

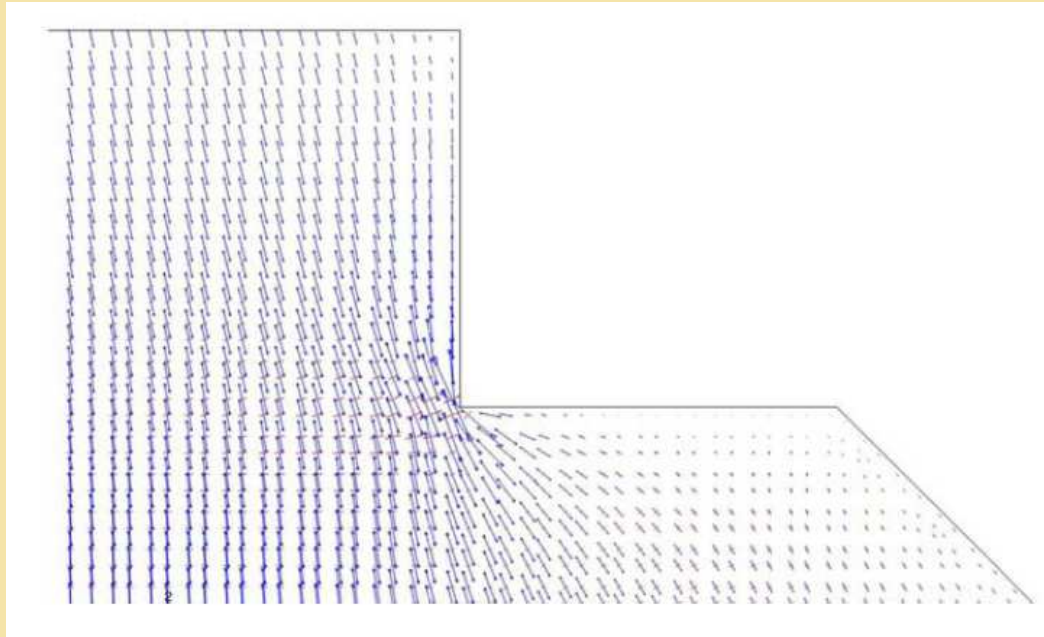


kopec

údolí

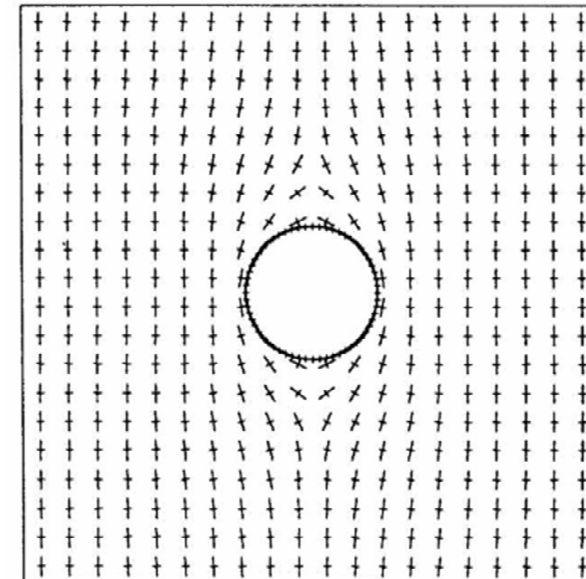


Sekundární napjatost



zářez

tunel

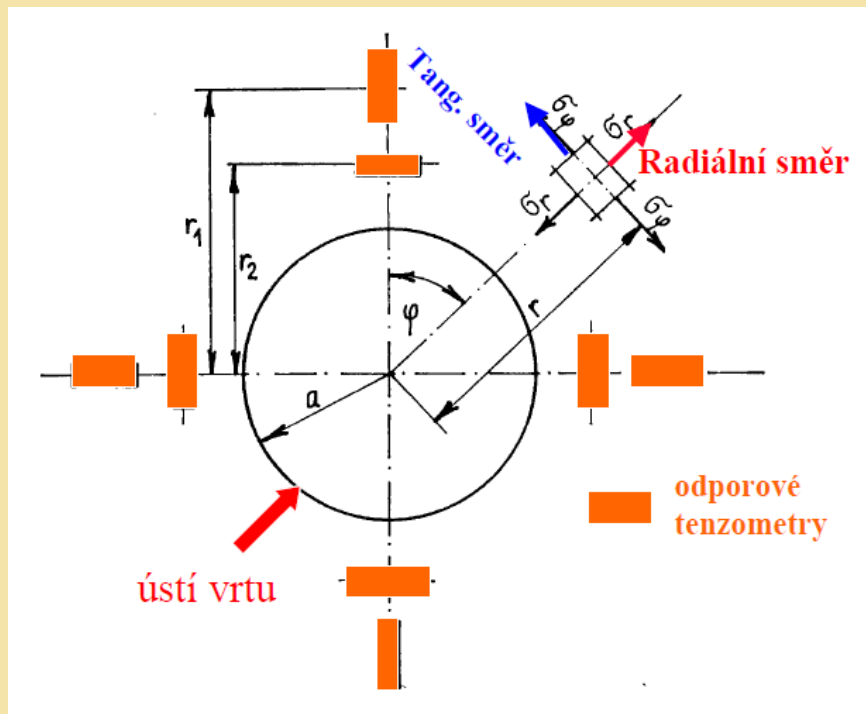


Metody pro určení primární napjatosti

- **mechanické**
 - deformační
 - kompenzační
 - odlehčovací
- **geofyzikální** – založena na vyhodnocování šíření vln horninovým prostředím
- **hydrofracturing** – stanovení na základě velikosti tlaku vody potřebného k vytvoření trhliny ve vrtu

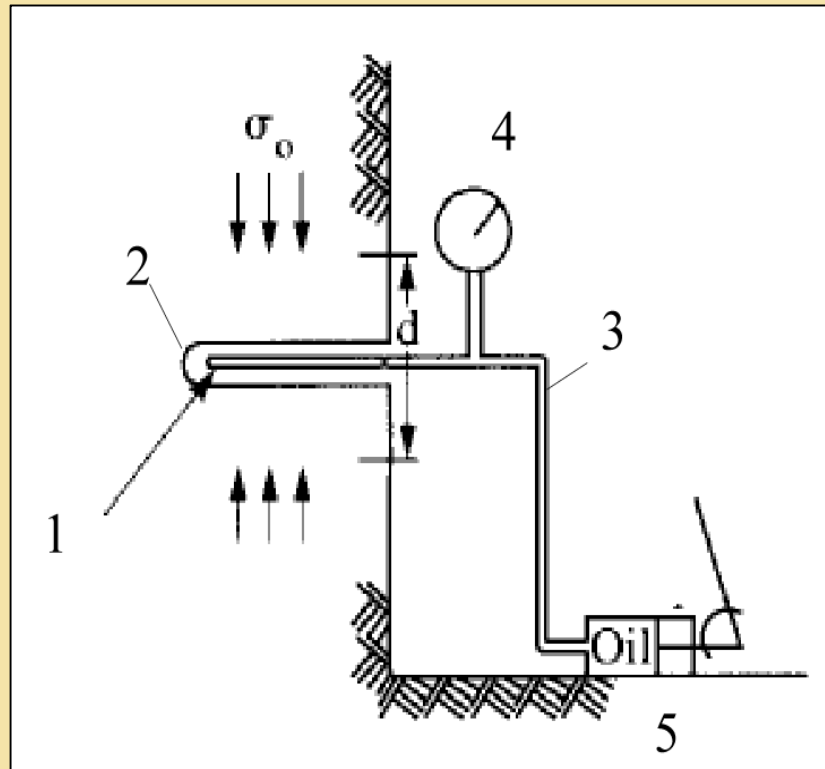
Ověření primární napjatosti pomocí polních zkoušek je obecně obtížné (nepřesné), protože v rámci zkoušek dochází k porušení masivu a ke změnám napjatosti.

Deformační metoda



- Jedná se o nepřímou metodu měření napjatosti.
- Předpokladem pro její využití je tedy znalost přetvárných parametrů monitorovaného prostředí (hlavní nevýhoda).
- Metoda vychází ze sledování chování masívu během odvrtání pokusného vrtu.
- Deformace snímají dvojice odporových tenzometrů nalepených na horninu v oblasti ústí vrtu.

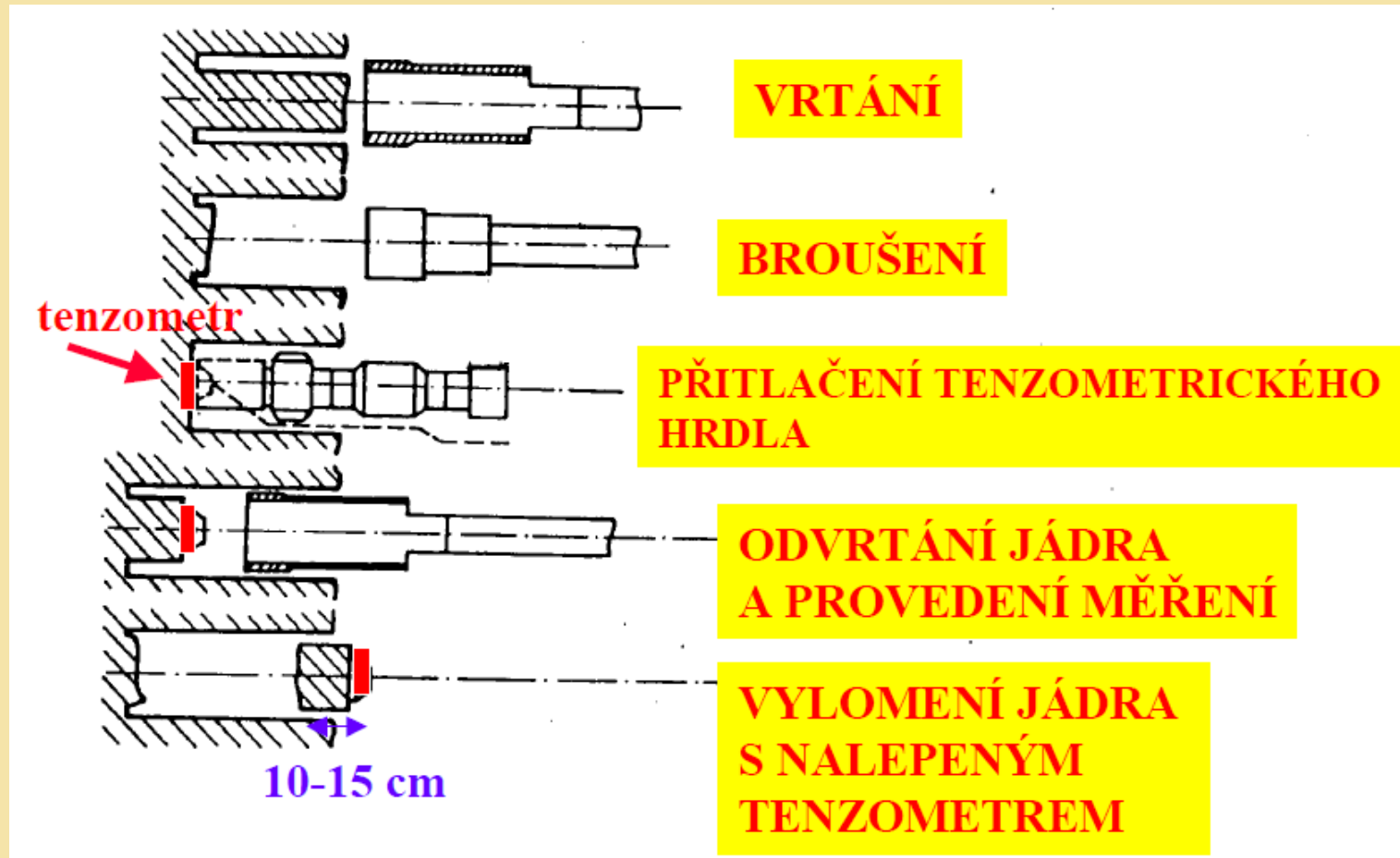
Kompenzační metoda



- 1 – měřicí buňka
- 2 – vrt (rýha)
- 3 – spojovací hadice
- 4 – měřicí přístroj
- 5 – pumpa vyvozující tlak

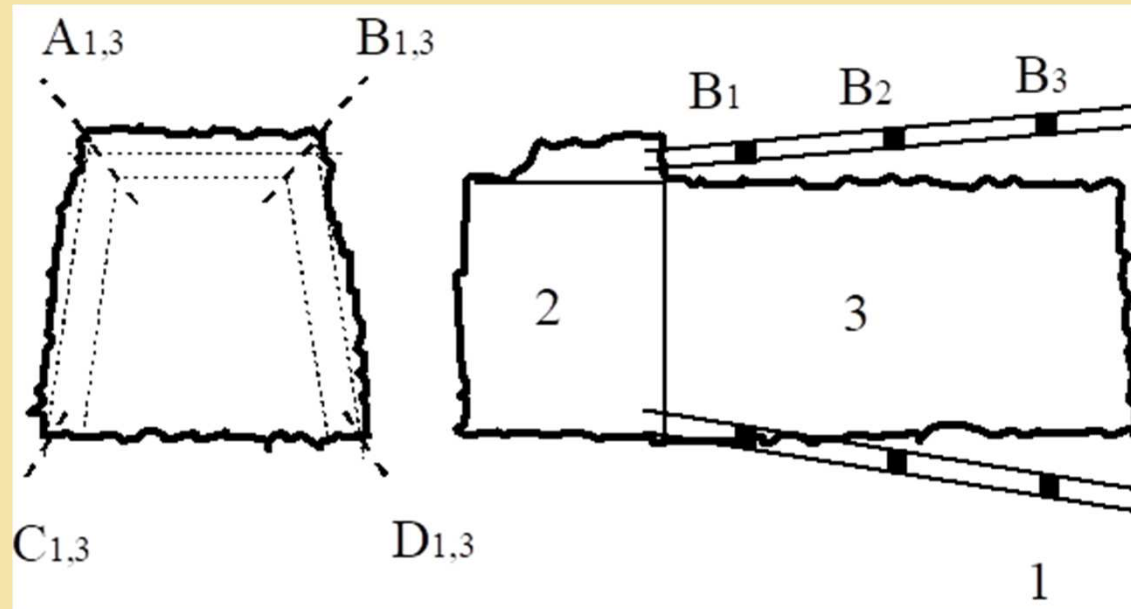
- Zhotovení rýhy (vrtu) a měření deformace
- Vyvození tlaku v presiometru (plochém lisu), návrat měřených bodů do původní polohy

Odlehčení vrtného jádra



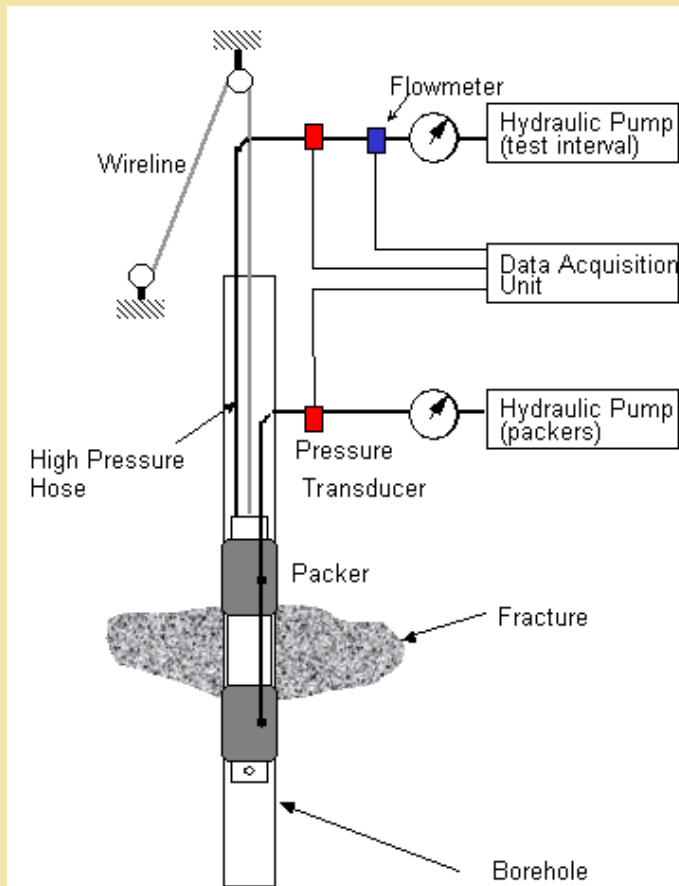
Je nutné zjistit E a ν (zkoušením jádra vrtu)

Odlehčení štolou



- Z čelby rozšířeného profilu štoly se paprskovitě odvrstají jádrové vrty.
- Do vrtů se osadí měřící body pro sledování příčných deformací os vrtů.
- Během ražby štoly se uvolňuje hornina a sledují se posuny masivu do vyraženého prostoru.

Hydrofracturing



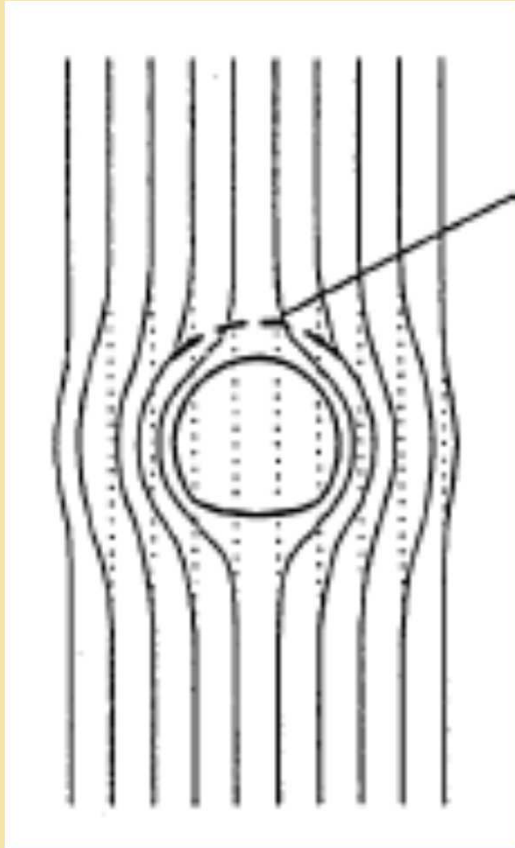
- Metoda je založena na principu porušování stěn vrtů tlakem vody, v určitý okamžik experimentu se dostává do rovnováhy tlak media ve vrtu otevírající trhlinu a napětí v hornině, snažící se trhlinu uzavřít.
- Tento tlak je pak roven napětí působícímu ve směru normály k vytvořené rovině trhliny.
- Zjištění orientace trhliny v prostoru se provádí pomocí otiskové sondy s paměťovou hmotou zavedené do vrtu.

Analytická řešení sekundární napjatosti

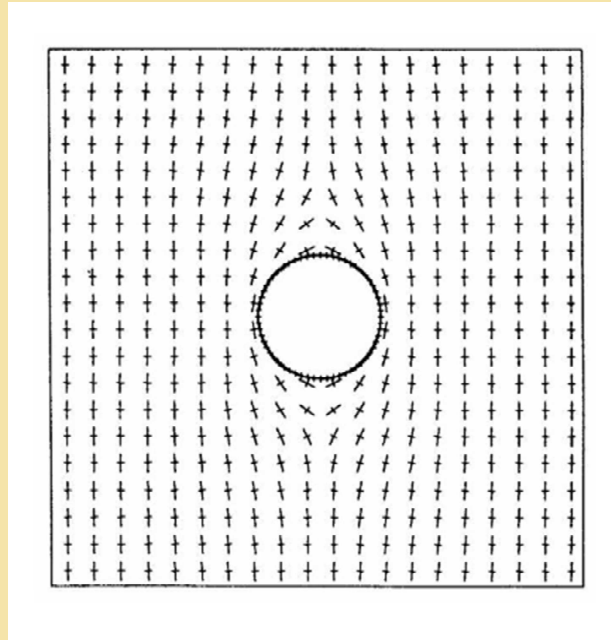
Zjednodušení:

- Homogenní poloprostor
- Izotropní poloprostor
- Pružné chování
- Zjednodušení geometrie výrubu
(nejčastěji kruh)

Sekundární napjatost



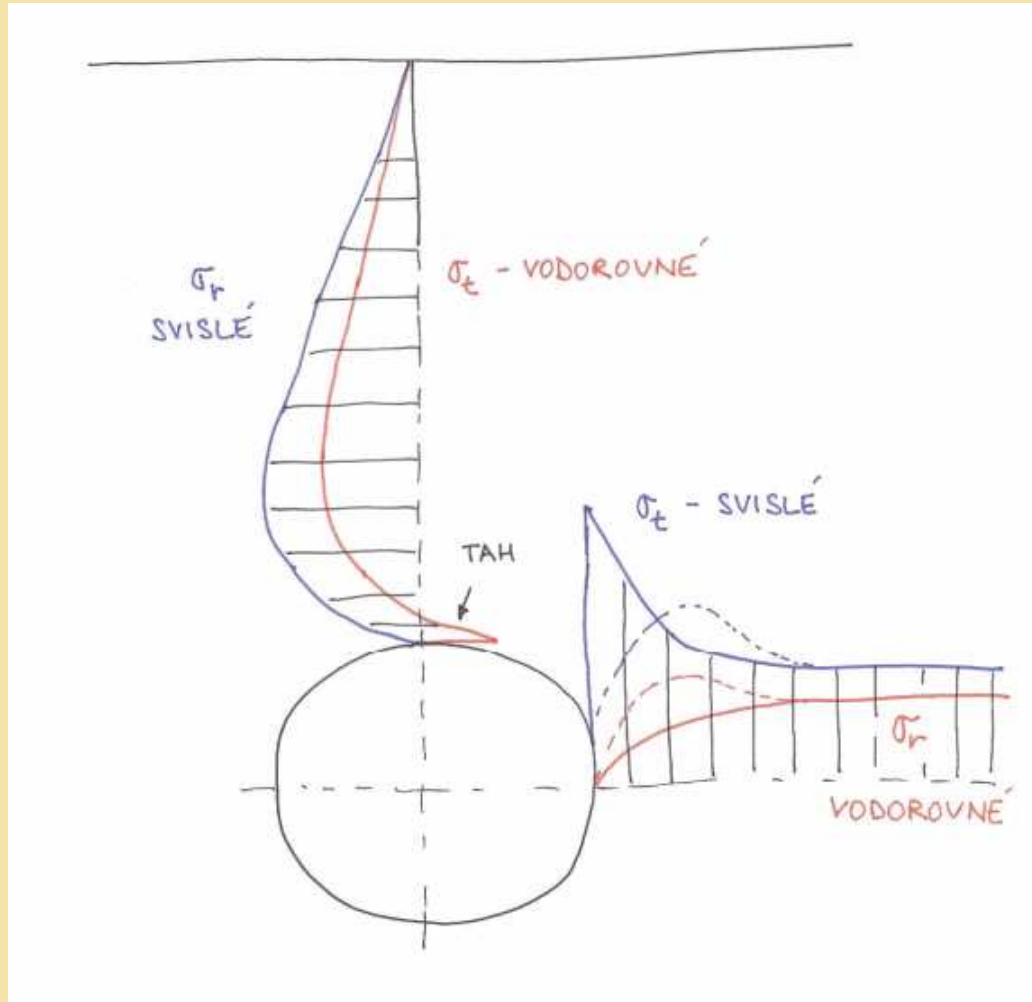
Izolinie



Směry
hlavních
napětí

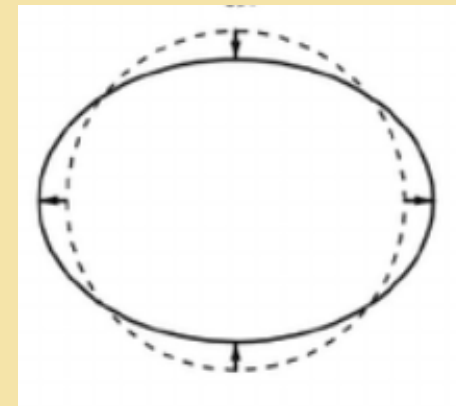
Redistribuce
napjatosti
v okolí
kruhového
nevystrojeného
výrubu

Sekundární napjatost



Redistribuce napjatosti
v okolí kruhového
nevystrojeného výrubu

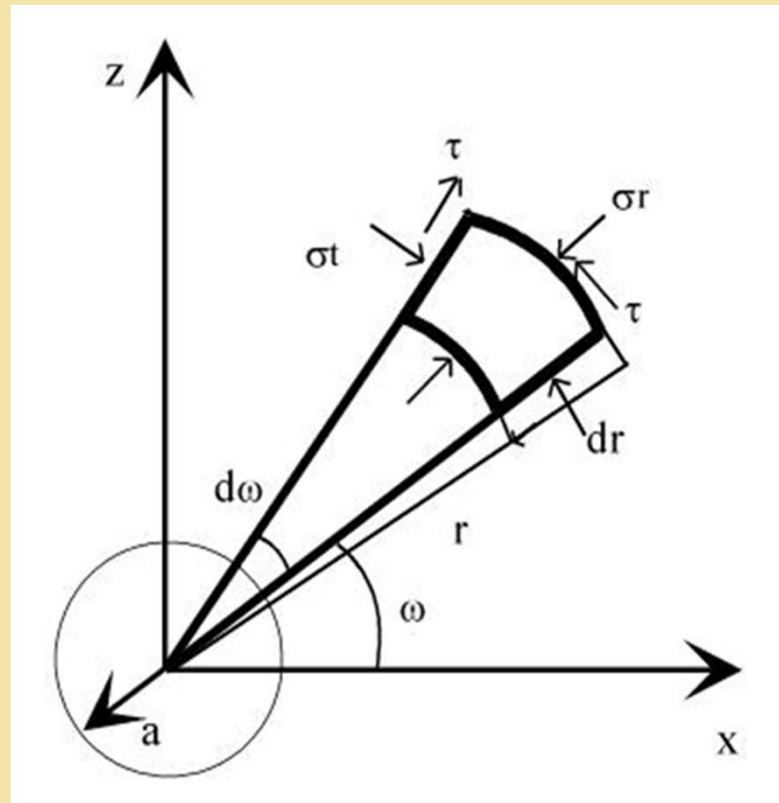
σ_t – tangenciální napětí
 σ_r – radiální napětí



deformace výrubu

Sekundární napjatost

Napětí v okolí kruhového nevystrojeného výrubu
Řešení při jednosměrném zatížení



Sekundární napjatost

Stanoví se z rovnice kompatibility vyjádřené v polárních souřadnicích a z Kirschova řešení Airyho funkce ve tvaru

$$F_z = \frac{\sigma_z}{4} \left[r^2 - 2a^2 \ln r + \frac{(r^2 - a^2)^2}{r^2} \cdot \cos 2\omega \right]$$

$$\Delta F = \frac{\partial^2 F}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 F}{\partial \omega^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial F}{\partial r}$$

$$\Delta \equiv \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \omega^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}$$

Sekundární napjatost

Vyjádřením složek napětí a derivováním dostaneme vztahy pro hodnoty napětí:

$$\sigma_t = \frac{1}{2} \sigma_z \left[1 + \frac{a^2}{r^2} + \left(1 + 3 \frac{a^4}{r^4} \right) \cos 2\omega \right]$$

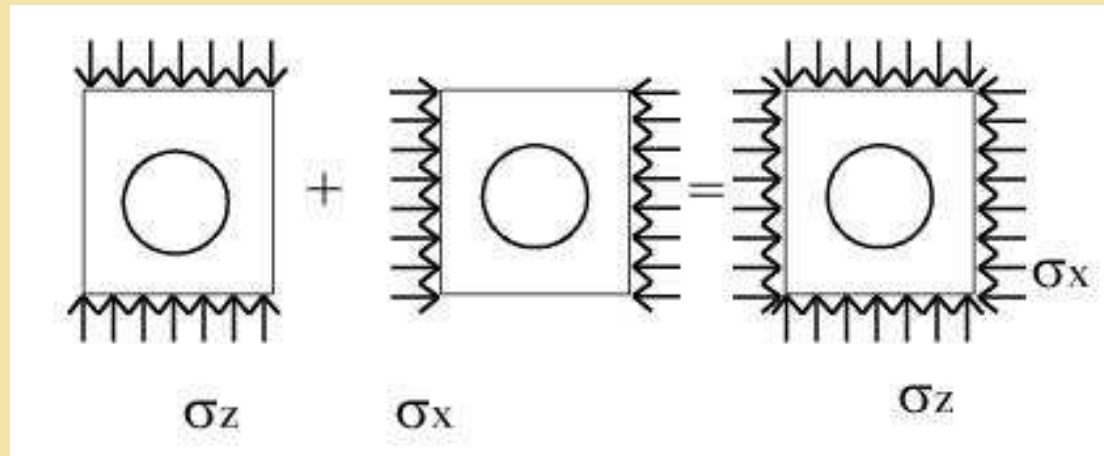
$$\sigma_r = \frac{1}{2} \sigma_z \left[1 - \frac{a^2}{r^2} - \left(1 - 4 \frac{a^2}{r^2} + 3 \frac{a^4}{r^4} \right) \cos 2\omega \right]$$

$$\tau = \frac{1}{2} \sigma_z \left[1 + 2 \frac{a^2}{r^2} - 3 \frac{a^4}{r^4} \right] \cos 2\omega$$

Obdobně lze stanovit napětí v okolí výrubu s jednosměrným primárním napětím ve směru osy x.

Sekundární napjatost

Napětí v okolí kruhového nevystrojeného výrubu
Řešení při zatížení ve dvou na sebe kolmých rovinách



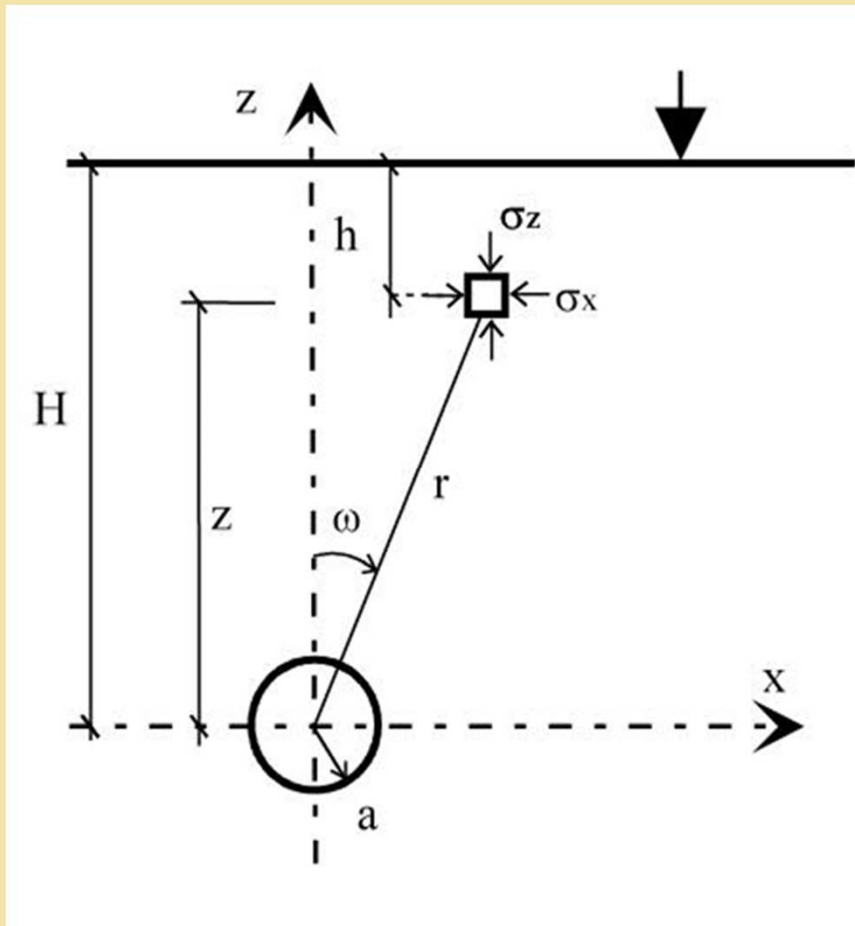
$$\sigma_t = \sigma_t^z + \sigma_t^x = \left(1 + \frac{a^2}{r^2}\right) \frac{\sigma_z + \sigma_x}{2} + \frac{\sigma_z - \sigma_x}{2} \left(1 + 3 \frac{a^4}{r^4}\right) \cos 2\omega$$

$$\sigma_r = \sigma_r^z + \sigma_r^x = \left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right) \frac{\sigma_z + \sigma_x}{2} - \frac{\sigma_z - \sigma_x}{2} \left(1 - 4 \frac{a^2}{r^2} + 3 \frac{a^4}{r^4}\right) \cos 2\omega$$

$$\tau = \frac{\sigma_z - \sigma_x}{2} \left(1 + \frac{2a^2}{r^2} - 3 \frac{a^4}{r^4}\right) \sin 2\omega$$

Sekundární napjatost

Napětí v okolí kruhového nevystrojeného výrubu
Řešení za předpokladu proměnného zatížení v okolí výrubu



Přibližné řešení získáme
superpozicí účinků
původní geostatické
napjatosti a změn
původní napjatosti
způsobené výrubem

Původní geostatická napjatost v kartézských souřadnicích

$$\sigma_{x_0} = K_r \sigma_z \left(1 - \frac{z}{H} \right)$$

$$\sigma_{z_0} = \sigma_z \left(1 - \frac{z}{H} \right)$$

$$\tau_{xz_0} = 0$$

Změny původní napjatosti způsobené výrubem

$$\Delta \sigma_x, \Delta \sigma_z, \Delta \tau_{xz}$$

Sekundární napjatost

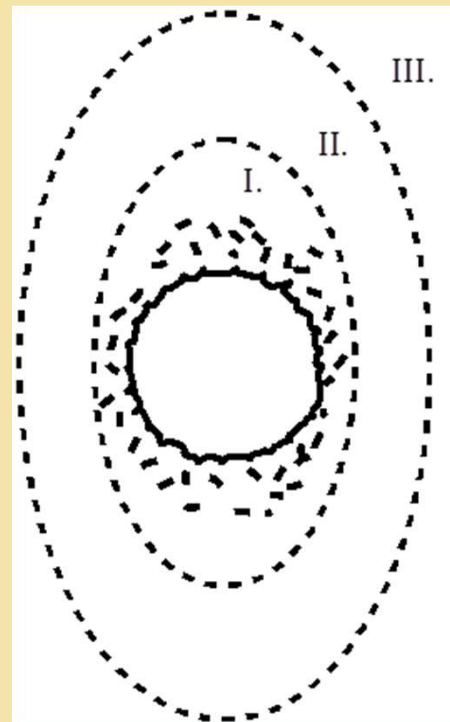
$$\sigma_r = \frac{\gamma(H - a \cos \omega)}{2} \left[\begin{aligned} &\left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right)(1 + K_r) + \left(1 - 4\frac{a^2}{r^2} + 3\frac{a^4}{r^4}\right)(1 - K_r) \cos 2\omega \\ & - \frac{2(r \cos \omega - a \cos \omega)}{H - a \cos \omega} (K_r \sin^2 \omega + \cos^2 \omega) \end{aligned} \right]$$

$$\sigma_t = \frac{\gamma(H - a \cos \omega)}{2} \left[\begin{aligned} &\left(1 + \frac{a^2}{r^2}\right)(1 + K_r) - \left(1 + 3\frac{a^4}{r^4}\right)(1 - K_r) \cos 2\omega \\ & - \frac{2(r \cos \omega - a \cos \omega)}{H - a \cos \omega} (K_r \cos^2 \omega + \sin^2 \omega) \end{aligned} \right]$$

$$\tau = -\frac{\gamma(H - a \cos \omega)}{2} \left[\begin{aligned} &\left(1 + 2\frac{a^2}{r^2} - 3\frac{a^4}{r^4}\right)(1 - K_r) \sin 2\omega \\ & - \frac{(r \cos \omega - a \cos \omega)}{H - a \cos \omega} (1 - K_r) \sin 2\omega \end{aligned} \right]$$

Sekundární napjatost

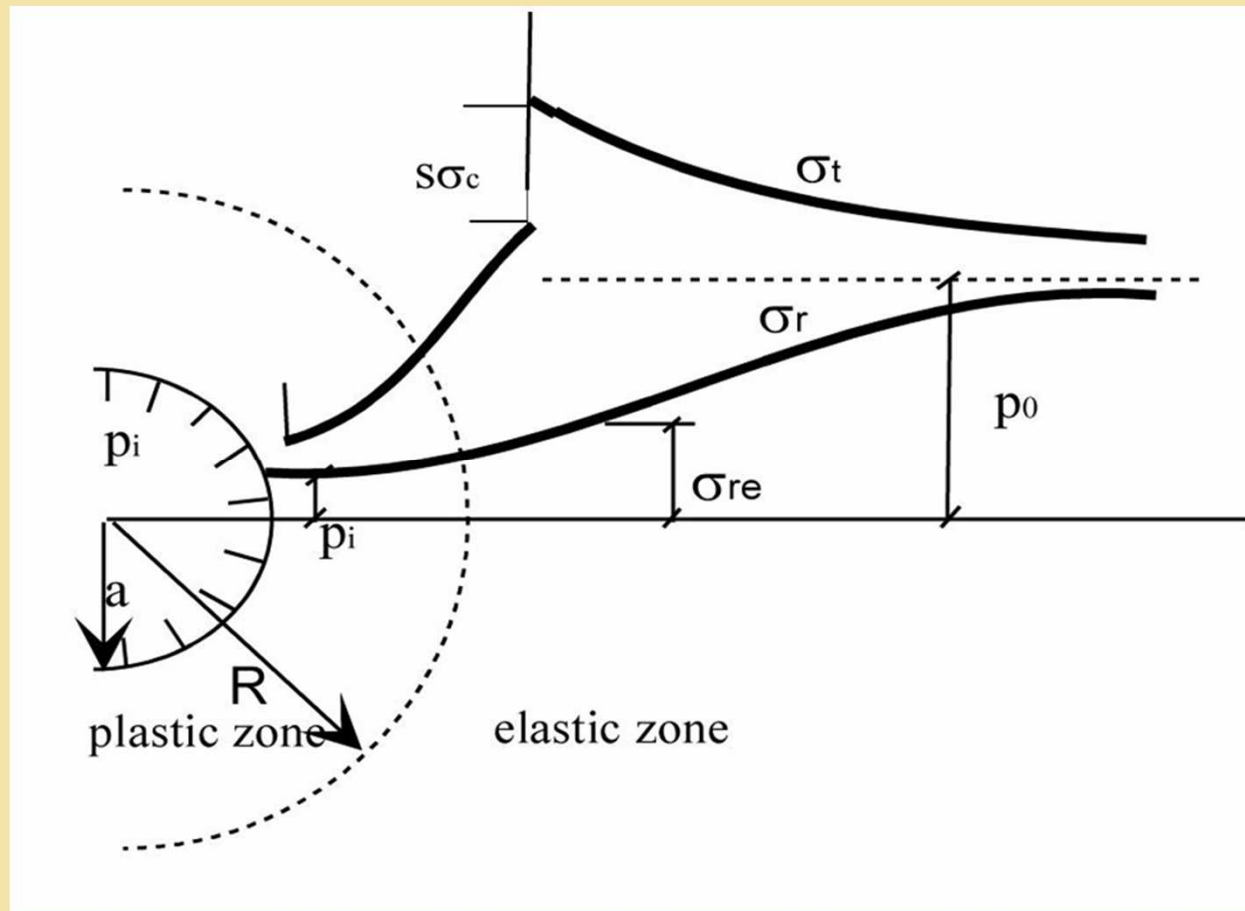
Teorie horninové klenby



- I.- pásmo snížených napětí
- II. - pásmo zvýšených napětí
- III. - pásmo napětí neovlivněných výrubem

Sekundární napjatost

Řešení při plastickém přetváření hornin



Sekundární napjatost

Řešení při plastickém přetváření hornin

Uvažujeme podmínku podle teorie maximálních smykových napětí

$$\frac{\sigma_{tp} - \sigma_{rp}}{2} = \frac{\sigma_{pd}}{2}$$

σ_{tp} – tangenciální napětí v plastické oblasti
 σ_{rp} – radiální napětí v plastické oblasti
 σ_{pd} – pevnost horniny v prostém tlaku

Rovnici rovnováhy s uvážením výše uvedené podmínky plasticity můžeme napsat ve tvaru: $\frac{\partial \sigma_{rp}}{\partial r} + \frac{\sigma_{rp} - \sigma_{tp}}{r} = 0$

Poloměr plastické oblasti: $R = a \cdot e^{\frac{2\sigma - \sigma_{pd}}{2\sigma_{pd}}}$

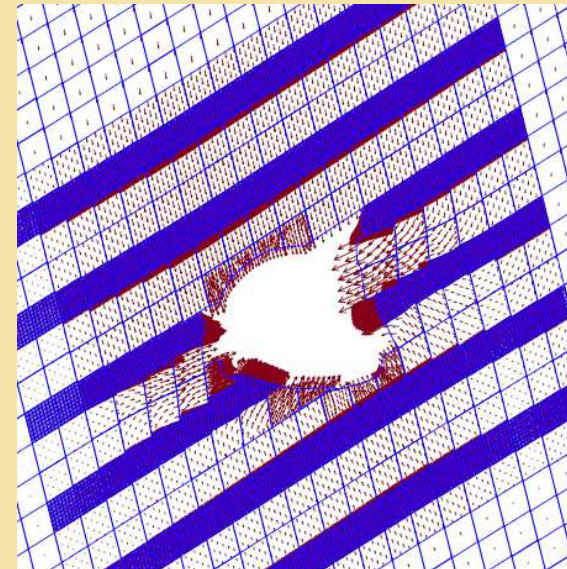
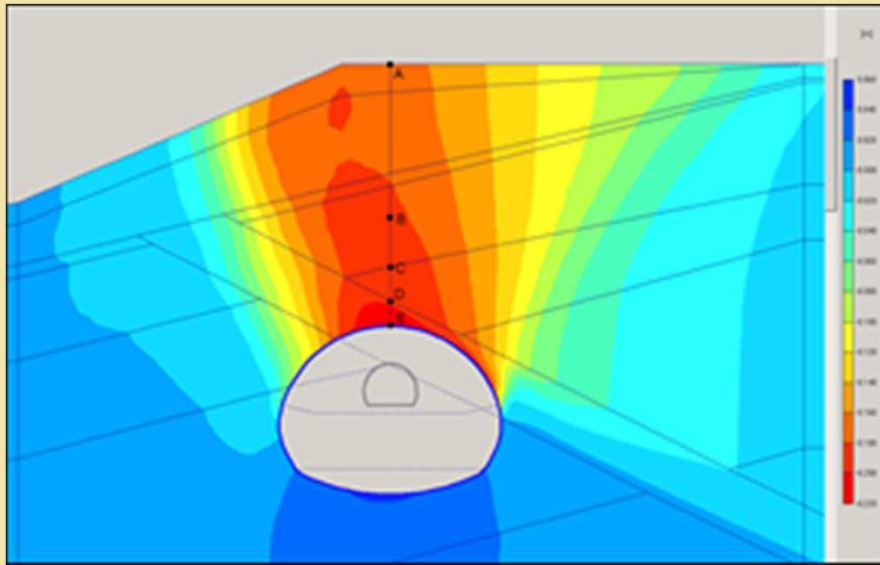
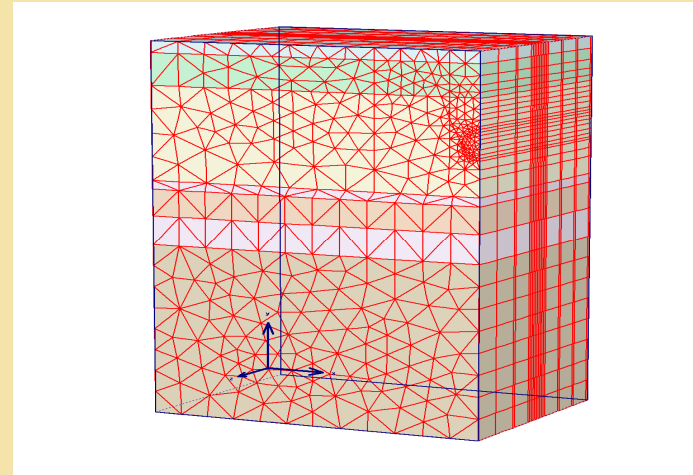
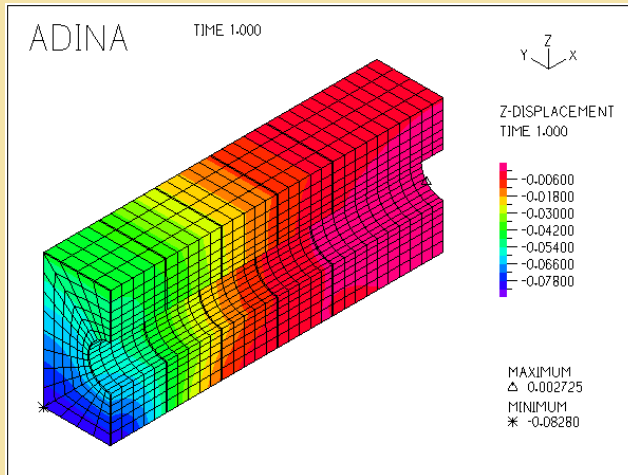
Napětí v pružné oblasti: $\sigma_r = \left(1 - \frac{R^2}{r^2}\right) \sigma + \left(\sigma_{pd} \cdot \ln \frac{R}{a}\right) \frac{R^2}{r^2}$

$$\sigma_t = \left(1 + \frac{R^2}{r^2}\right) \sigma - \left(\sigma_{pd} \cdot \ln \frac{R}{a}\right) \frac{R^2}{r^2}$$

Analytické metody

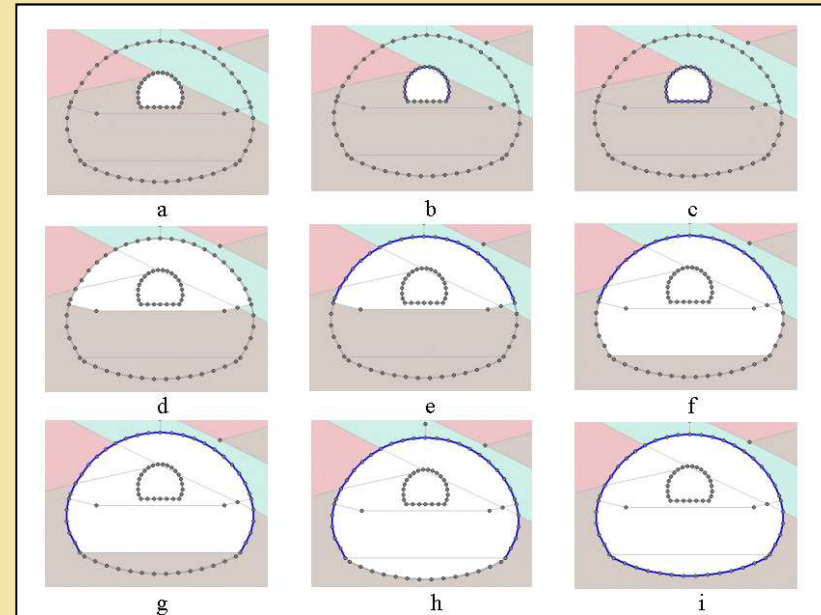
- **Výhody**
 - Jednoduché
 - Relativně rychlé
 - Levné
 - Znalost rozložení vnitřních sil
- **Nevýhody**
 - Zjednodušení (geologie, geometrie, postup výstavby, interakce masiv-ostění)

Numerické metody

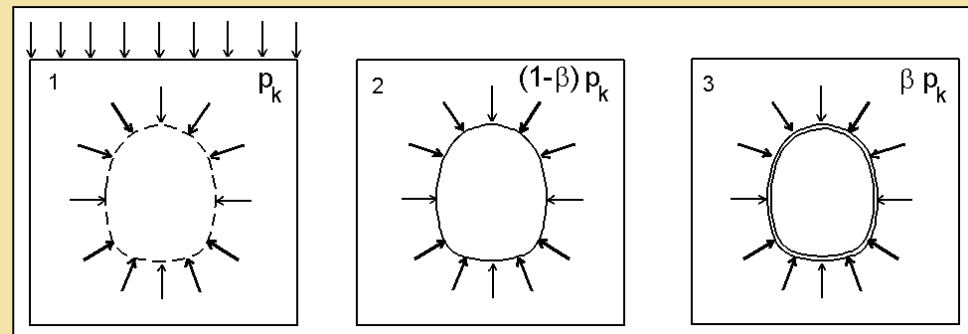


Numerické metody

Simulace
postupu pobírání
čelby ve 2D



Modelování
prostoru čelby
ve 2D např.
 β -metoda



Numerické metody

- **Výhody**
 - Možnost zahrnout 3D faktor
 - Možnost zahrnout postup výstavby
 - Přesnější modelování chování masivu
 - Jednoduchá kontrola výstupů
- **Nevýhody**
 - Časově náročnější
 - Nákladnější (software, čas)
 - Komplexní příprava a vyhodnocení

Numerické metody

- **Metoda konečných prvků (Geo5, Plaxis, Midas, atd.)**
 - Nejběžnější
 - Nabídka mnoha uživatelsky přátelských programů
- **Metoda konečných diferencí (FLAC)**
 - Vhodné pro velké deformace, nestability
 - FLAC – velmi flexibilní software
- **Metoda oddělených prvků (UDEEC)**
 - Vhodné pro modelování diskontinua
 - Problém se vstupními údaji
- **Metoda hraničních prvků**
 - Nepoužíváno příliš často

Redukce chyb

- **Kontrola**
 - Vlastní, někým jiným
 - Dalším nezávislým výpočtem
- **Parametrické studie**
 - Nepoužívat pouze jeden soubor vstupů
- **Kalibrace**
 - Na základě monitoringu
- **Inženýrský odhad**
 - Selský rozum
 - Obdobné příklady
 - Ztráta objemu zeminy (souvislost deformace povrchu a velikosti tunelu)

Porušení hornin

Předpoklady pro popis mechanických vlastností hornin:

- napjatost masivu je v čase a prostoru proměnná
- nespojitosti jsou určeny pevnostními charakteristikami
- prostředí horniny ovlivňuje rychlost různých dějů a pochodů
- přetváření a rozvolnění horniny může probíhat současně
- mechanický projev horniny je závislý na rychlosti a průběhu deformace
- přetváření probíhá současně jak v pružné tak i v nepružné fázi

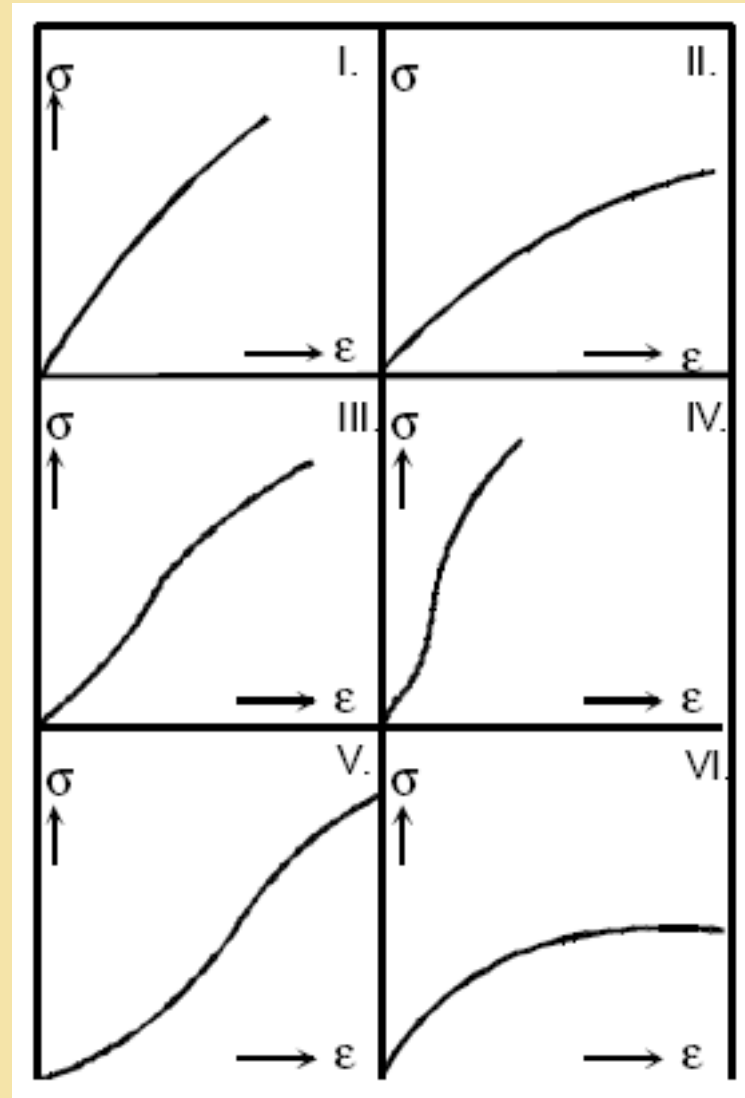
Porušení hornin

Mechanický projev horninového prostředí je velmi složitý.

Vyjadřuje se:

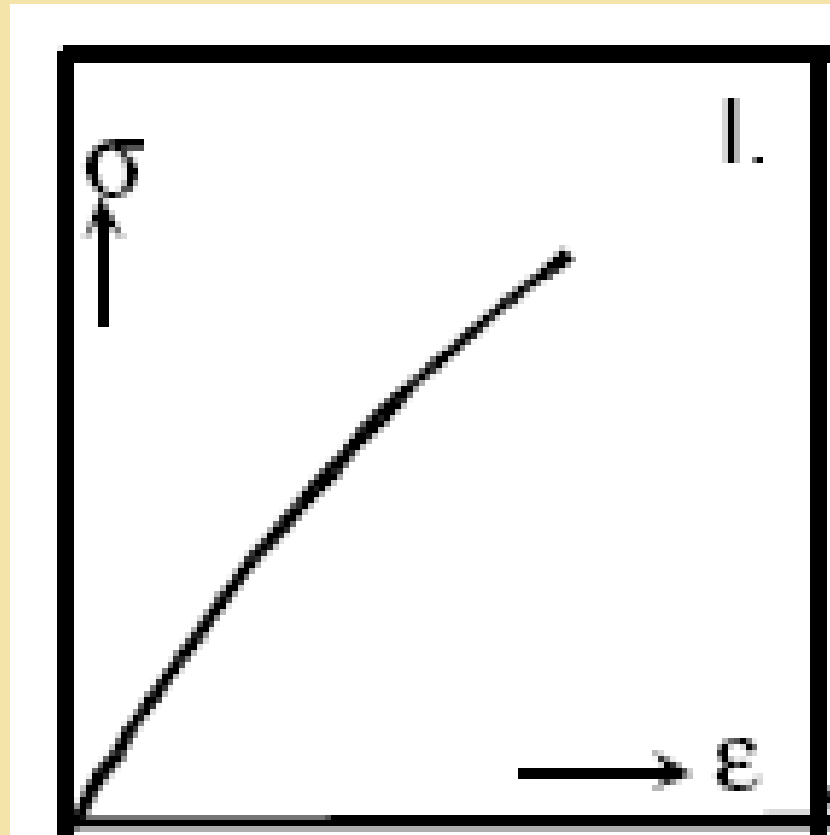
- Přetvárností (deformací)
- Pevností prostředí

Typy průběhů deformací hornin



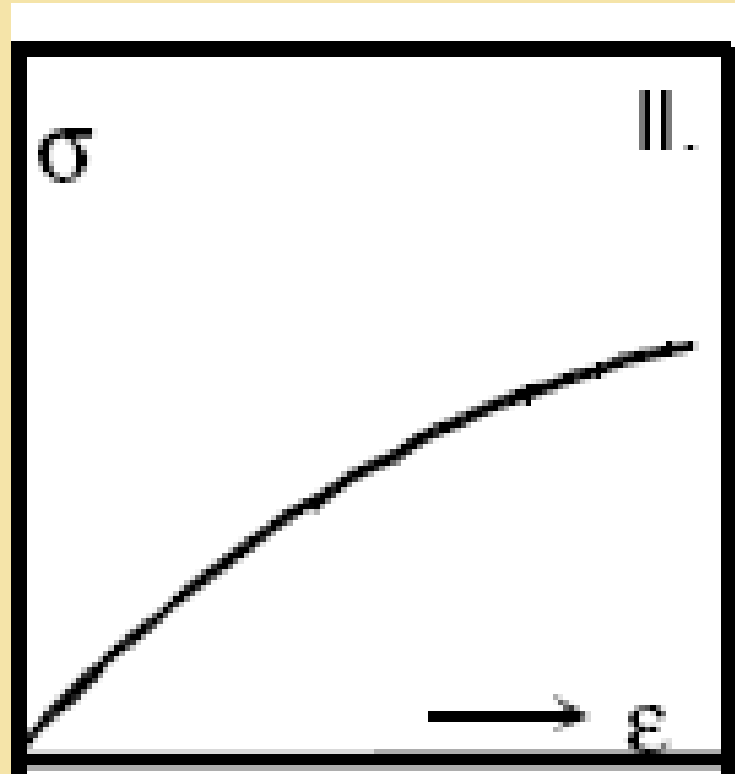
Typy průběhů deformací hornin

I. typ - deformace má lineární charakter a je přímo úměrná působícímu tlaku (např. křemence)



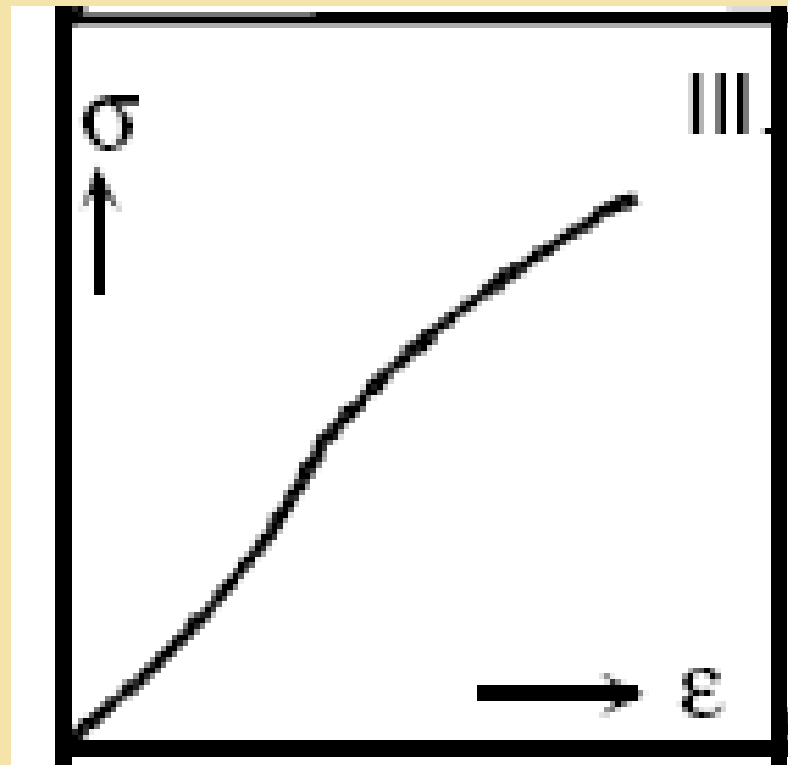
Typy průběhů deformací hornin

II. typ - v první fázi se horniny přetvářejí pružně, po dosažení určité meze napětí nastává plastická deformace, při dalším zvyšování tlaku dochází k náhlému či křehkému porušení (měkčí horniny – sedimenty)



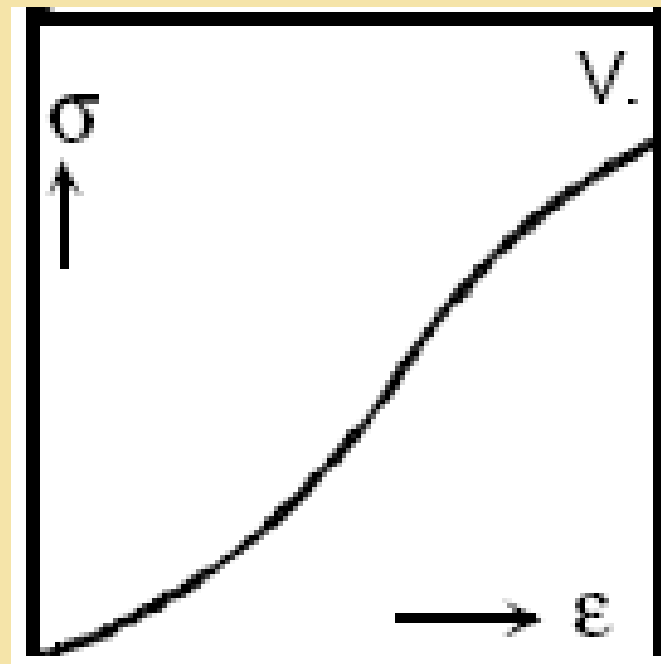
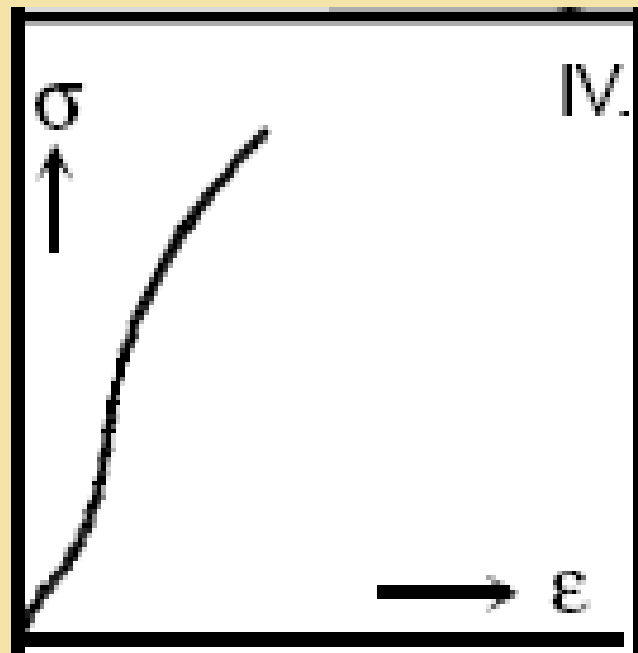
Typy průběhů deformací hornin

III. typ - v první fázi zatěžování se hmota zpevňuje a probíhají plastické deformace. V další fázi nastává křehké porušení (např. pískovce, žuly, diabas)



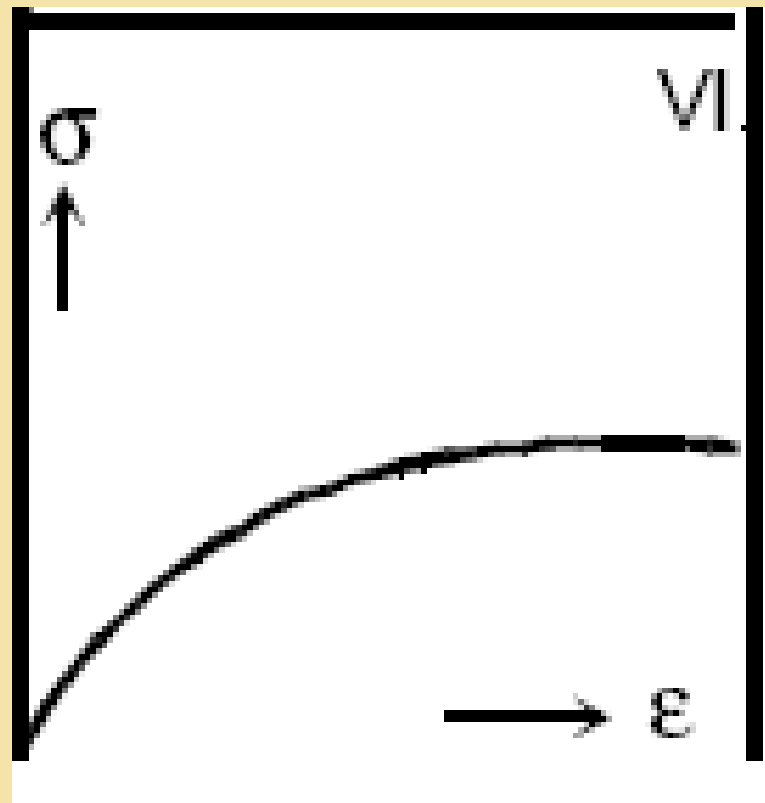
Typy průběhů deformací hornin

IV. A V. typ - Při počáteční fázi se v hornině uzavírají trhliny a póry. Průběh porušování je nejprve plastický, ve střední části pružný a v konečné fázi opět plastický (např. rozpukané a navětralé vyvřelé horniny)



Typy průběhů deformací hornin

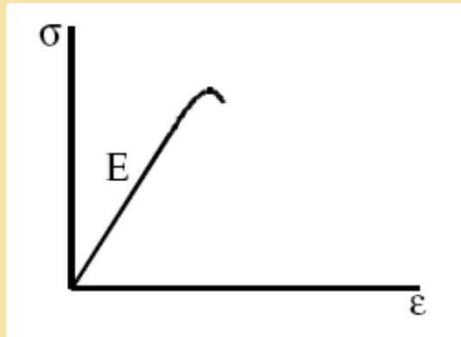
VI. typ - Na začátku je krátký pružný průběh, který rychle přechází do stavu plastického či do tečení (např. poloskalní horniny jílovitého charakteru)



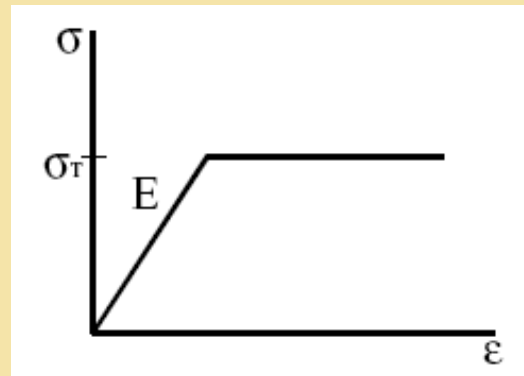
Hranice mezního stavu

- mez úměrnosti (význam má jen jako matematický stav)
- mez pružnosti
- **mez plasticity**
- **mez pevnosti (porušení)**

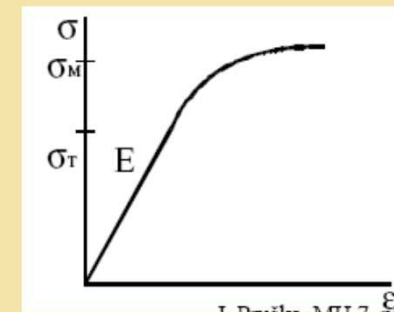
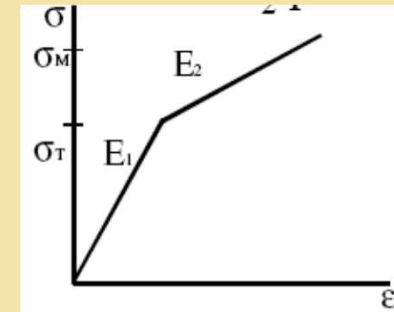
Dělení hornin dle deformace a porušení



Třída 1
křehké
materiály



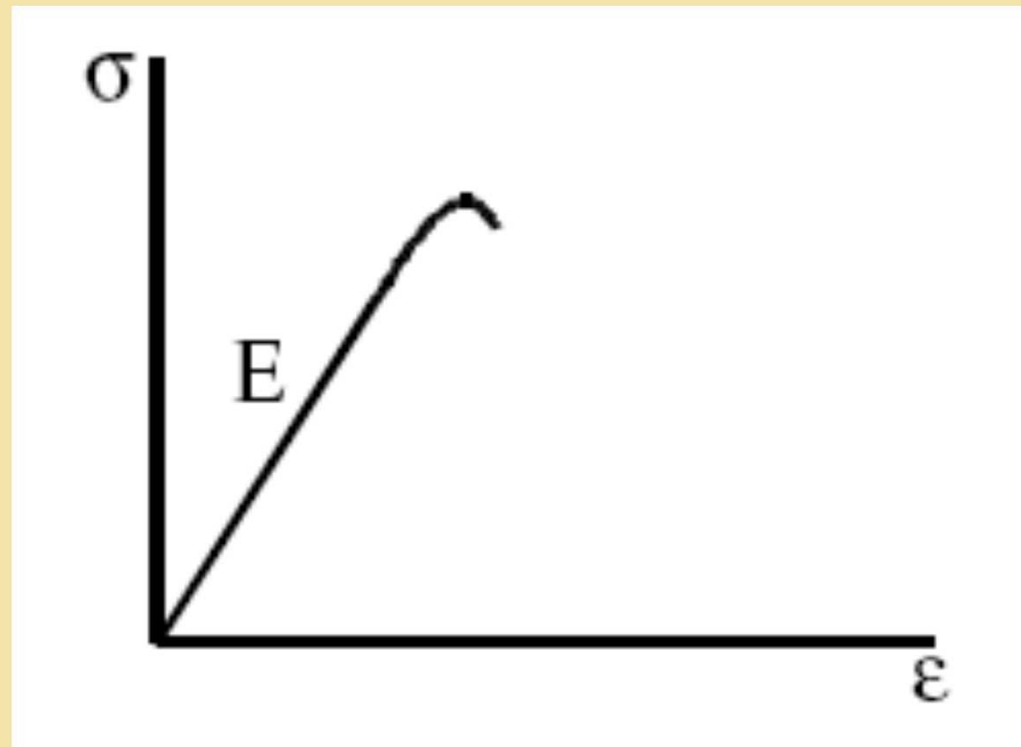
Třída 2
materiály pružně –
plastické bez zpevnění



Třída 3
materiály pružně
plastické se
zpevněním

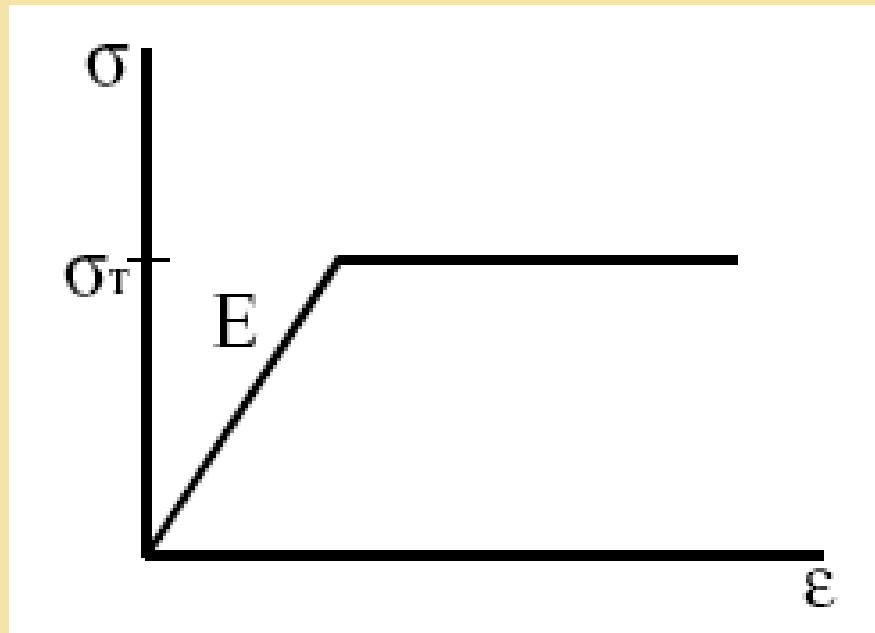
Třída 1 - křehké materiály

V celém průběhu zatěžování a deformace (ty jsou před porušením velmi malé) se chovají pružně, porušují se obvykle křehkým lomem (odtržením) v důsledku tahových napětí. Spadají sem horniny I. typu.



Třída 2 - materiály pružně-plastické bez zpevnění

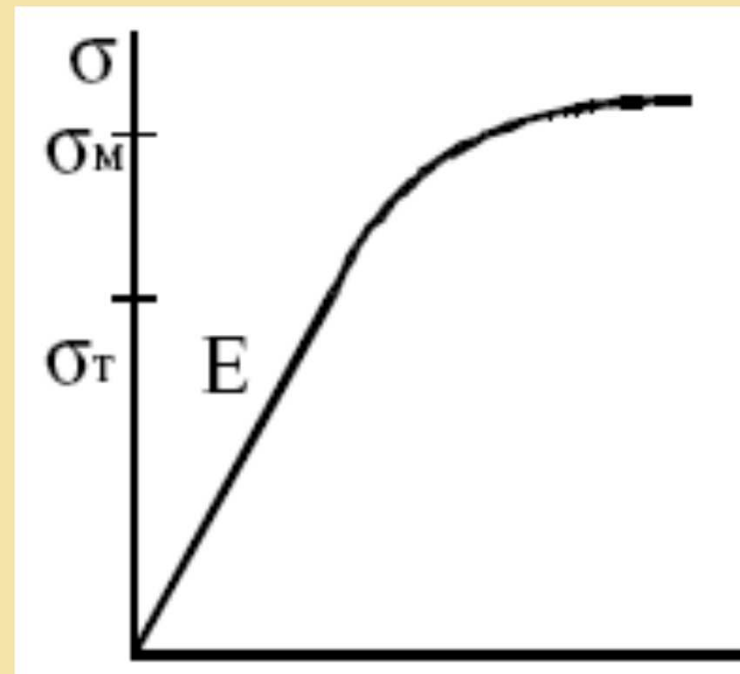
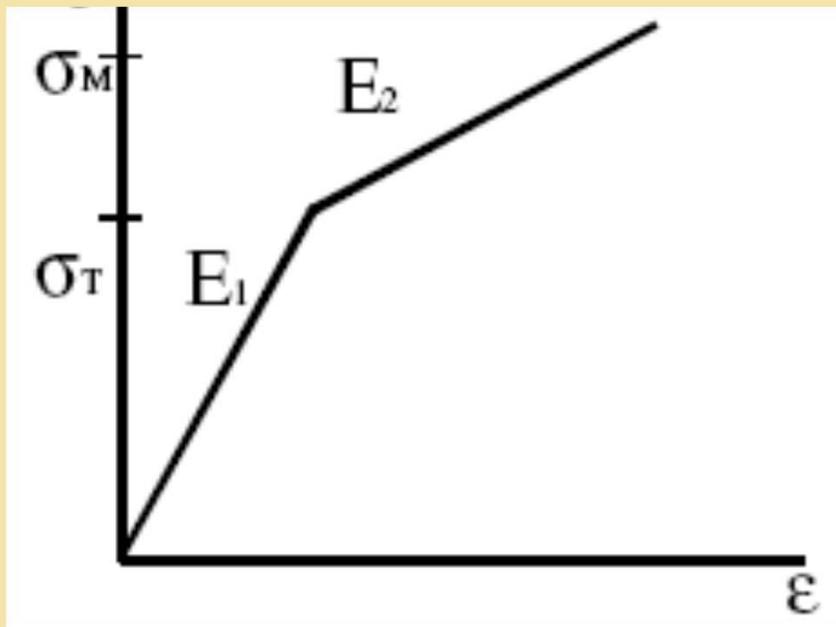
Do meze tvárnosti se chovají pružně, po dosažení této meze se chovají plasticky při stálém napětí. Porušení nastává smykem v důsledku nárůstu plastického přetváření. Tyto materiály většinou vykazují před porušením velké deformace a jsou schopna akumulace energie. Do této třídy spadají horniny II a III. typu.



Třída 3 - materiály pružně-plastické se zpevněním

do meze tvárnosti chovají pružně,
přetvoření je dáno modulem
pružnosti E_1 , po dosažení meze
tvárnosti se přetváří s klesajícím
modulem E_2 přímkově

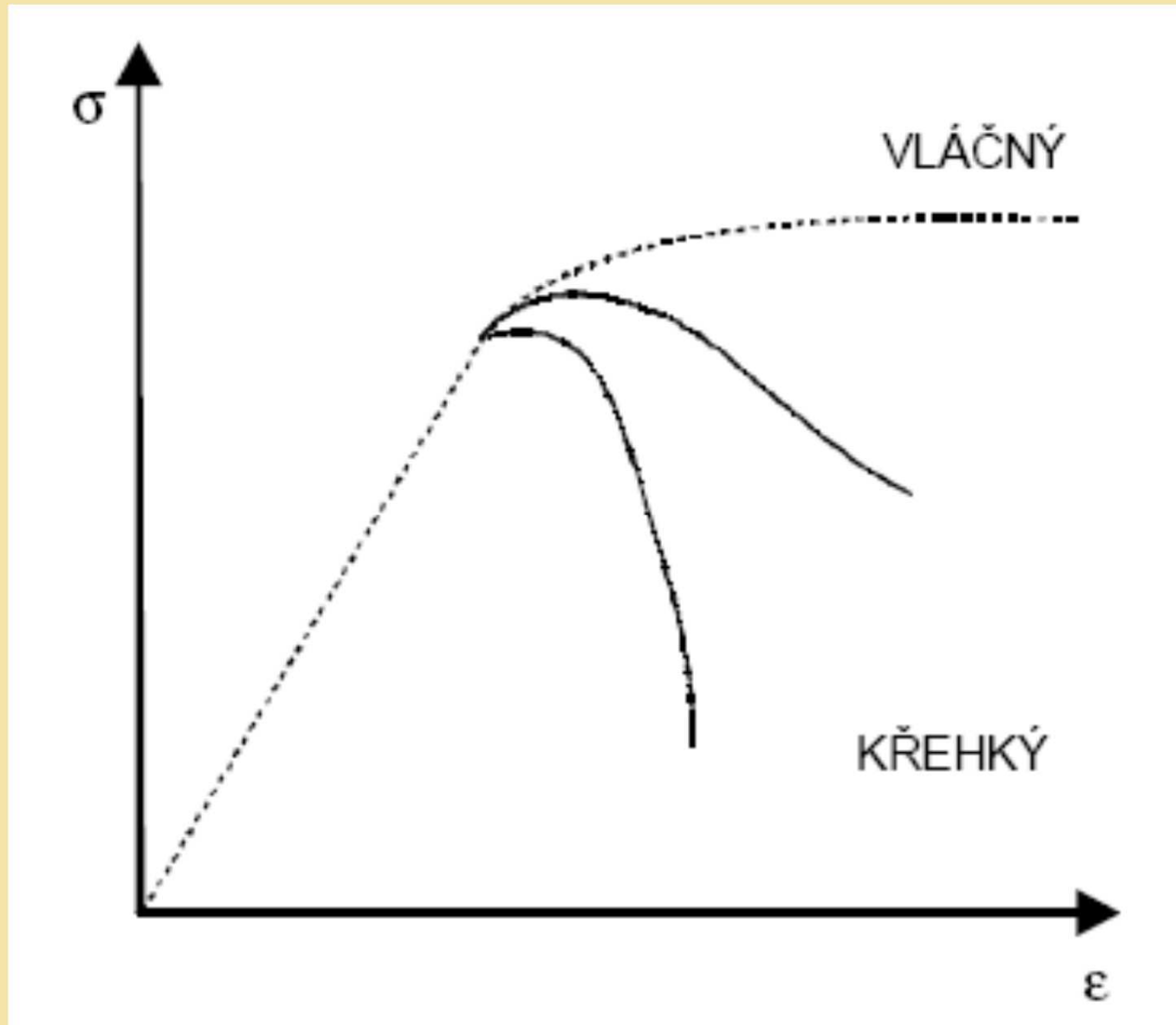
nebo podle křivky



Třída 3 - materiály pružně-plastické se zpevněním

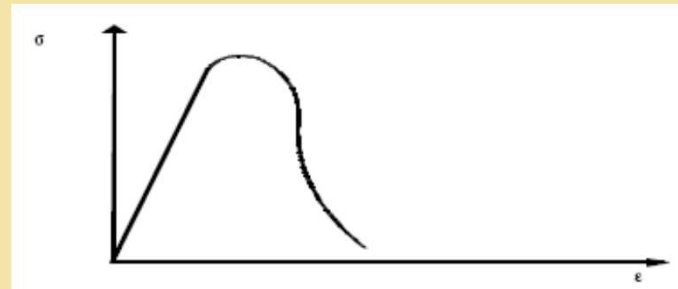
Porušení nastává smykem i odtržením (podle typu materiálu, podle druhu a způsobu zatížení apod.). Při trojosém tahu nastane křehké porušení před rozvinutím plastických deformací. Tyto materiály mají rozdílné napětí a přetvoření na mezi plasticity a porušení. Do této třídy lze zahrnout horniny I. typu a v některých případech i II. a III. typu.

Křehkost a vláčnost

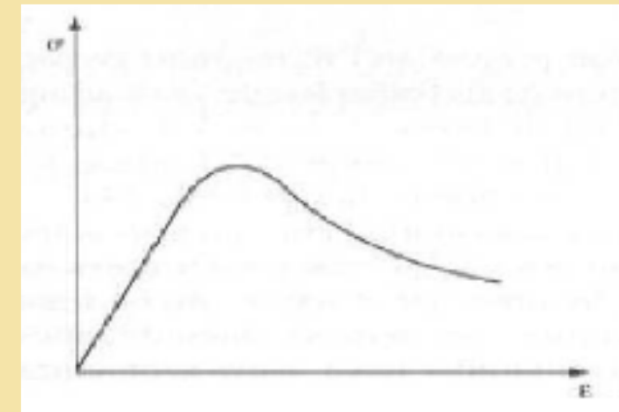


Křehkost a vláčnost (typické křivky některých hornin)

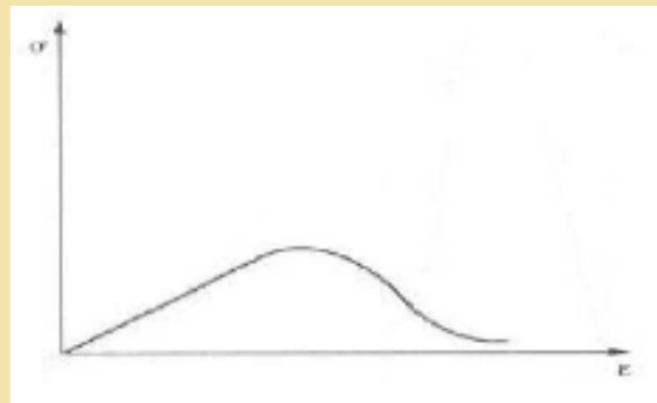
Basalt – vysoká
pevnost, křehké
porušení



Vápenec - střední
pevnost, křehkost a
tvrdost



Křída - malá
pevnost, tuhost,
zcela křehká



Materiálové modely používané v geotechnice

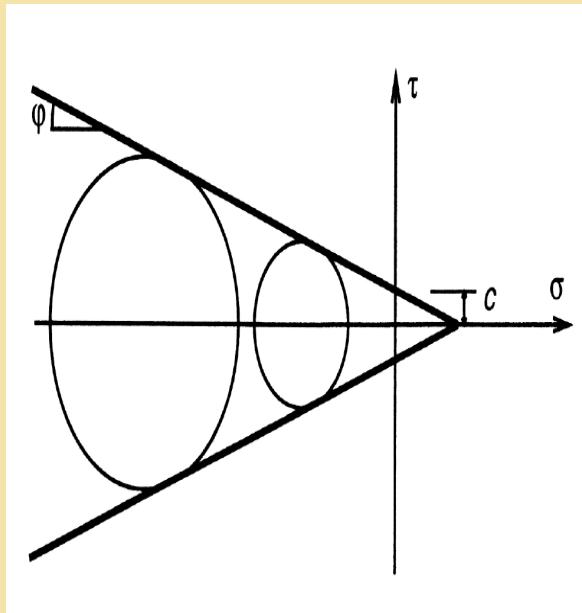
- Mohr-Coulomb (nejčastější)
- Drucker-Prager
- Hoek-Brown (pro horniny)
- Malá přetvoření (small strain)
- Cam-Clay, teorie kritického stavu
- Hypoplastické modely

Mohr - Coulombův model

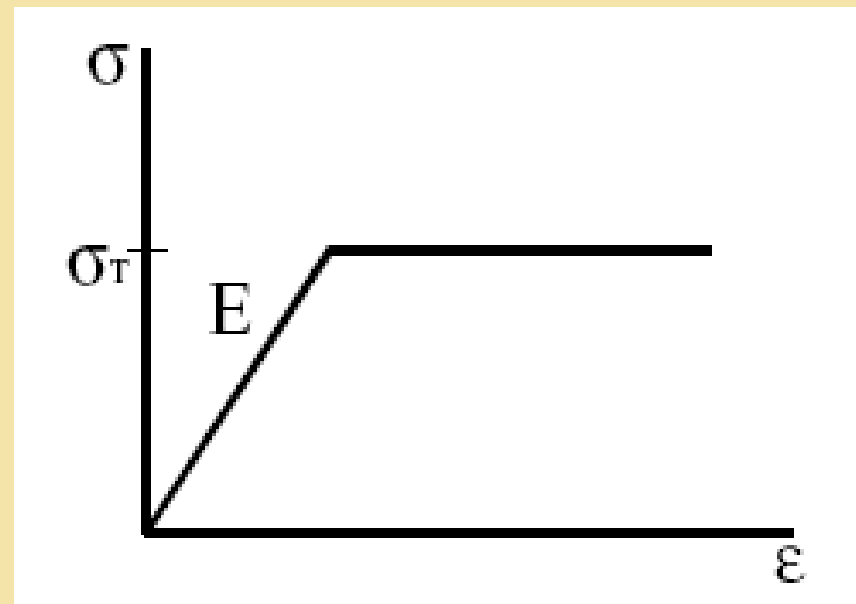
Předpokládá porušení materiálu největším smykovým napětím, při kterém nastává plastické přetvoření materiálu.

U zemin a u hornin poloskálních, sypkých a úlomkovitých se používá obalová čára ve tvaru přímky.

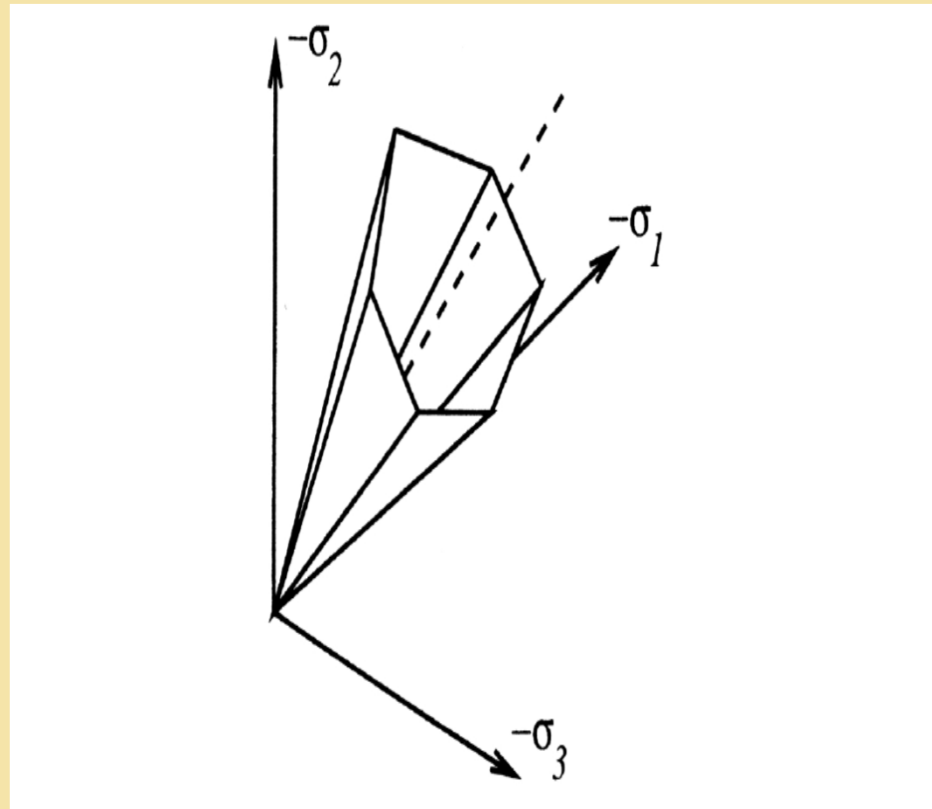
Lineárně elastický – perfektně plastický model



$$\tau + \sigma \tan \varphi - c = 0$$



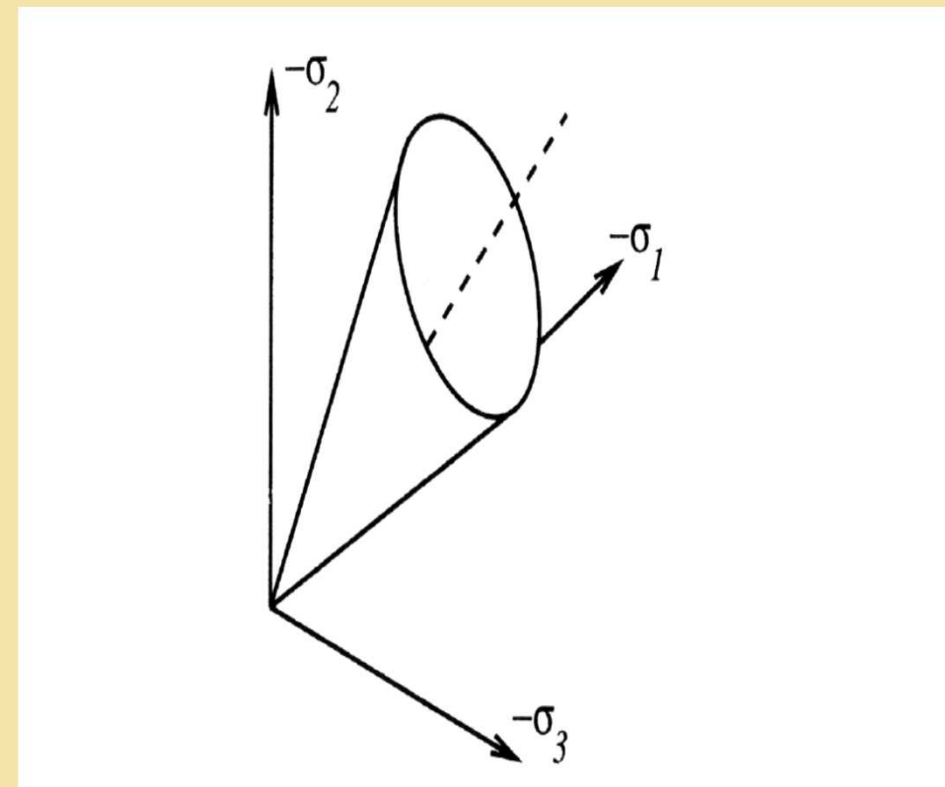
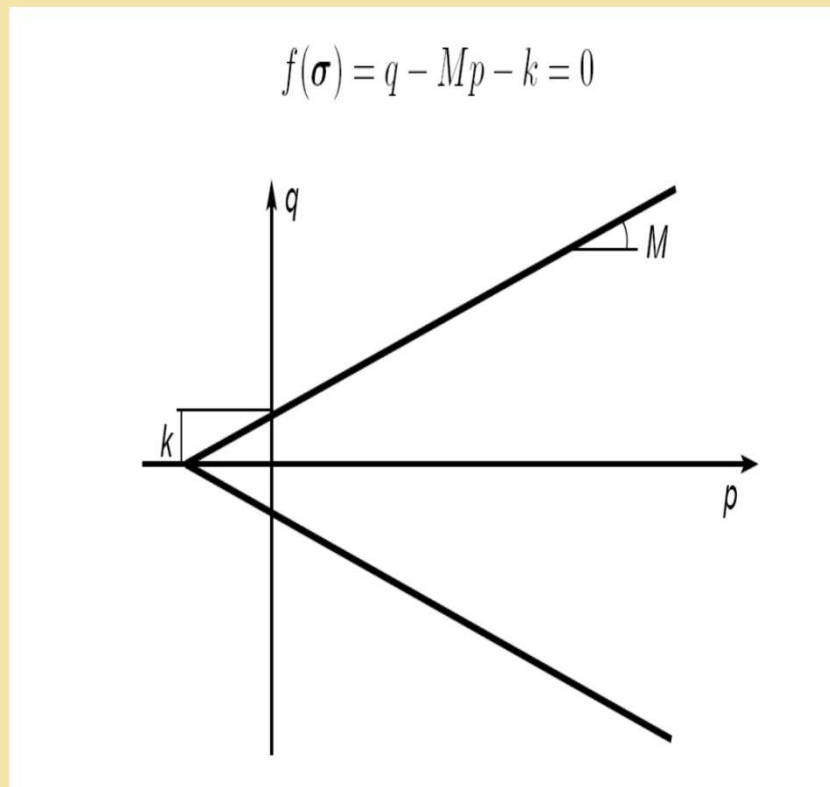
Mohr - Coulombův model



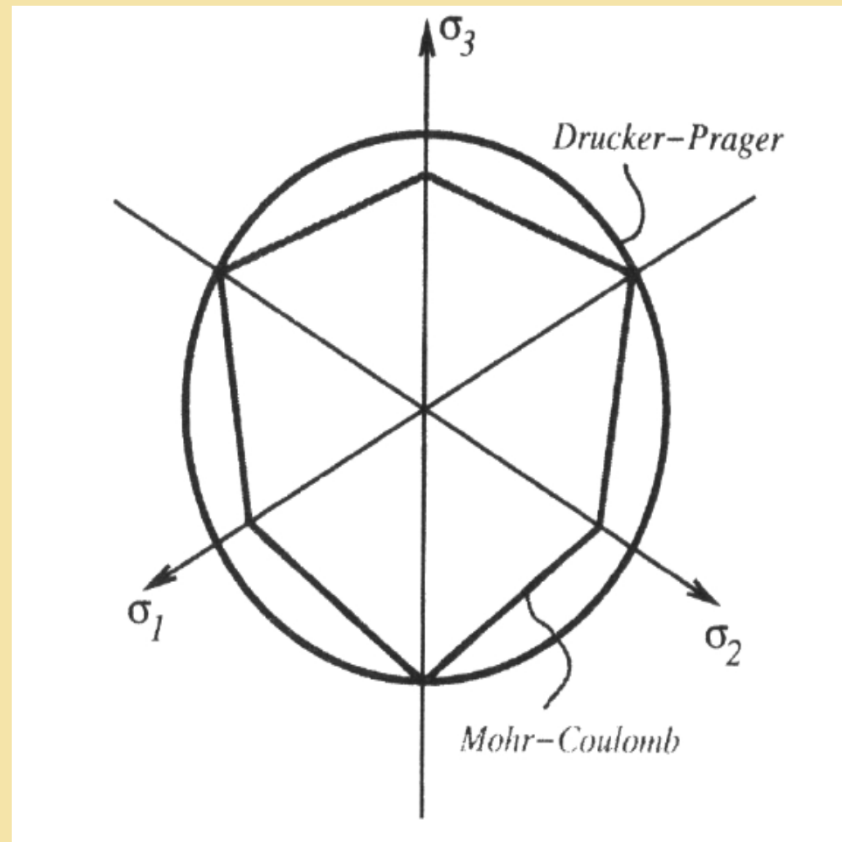
V prostoru hlavních napětí má Mohr-Coulombova plocha plasticity tvar šestibokého jehlanu. Hrany (singularity) mohou působit numerické problémy.

Drucker-Pragerův model

V prostoru hlavních napětí má Drucker-Pragerova podmínka plasticity tvar rotačního kužele

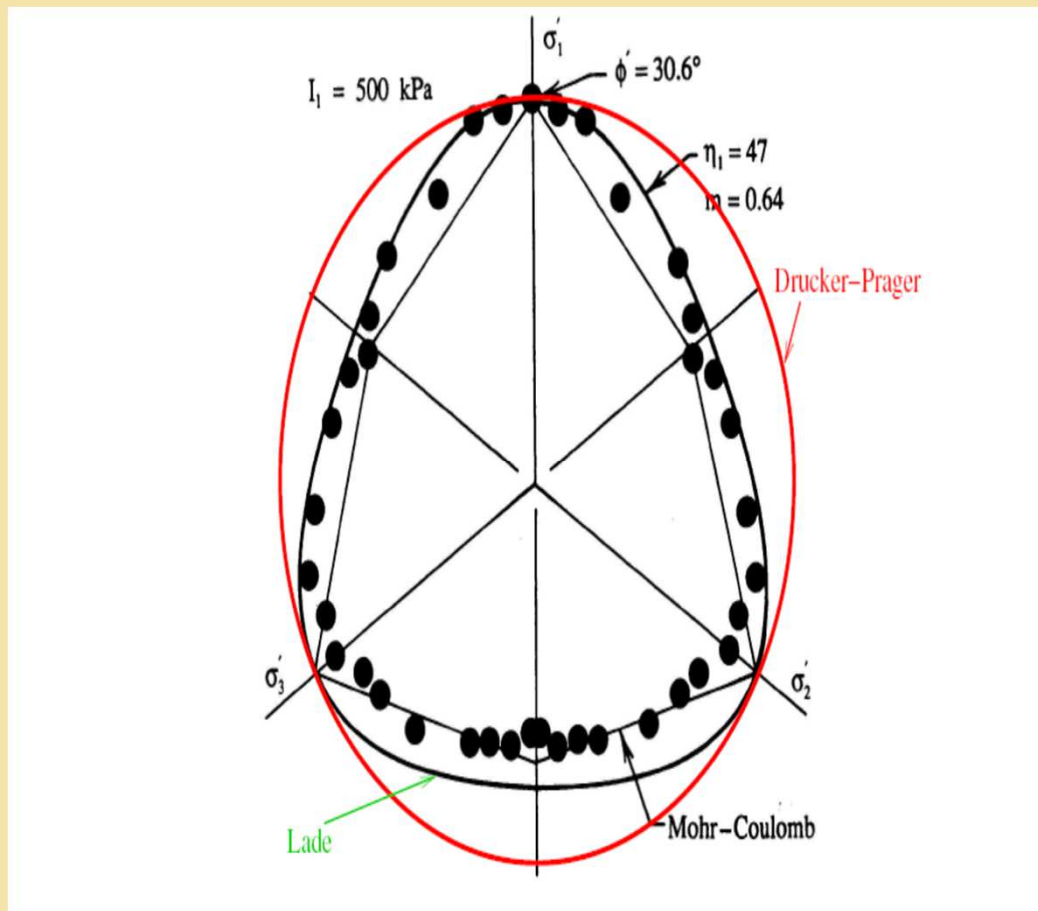


Porovnání MC a DP modelu



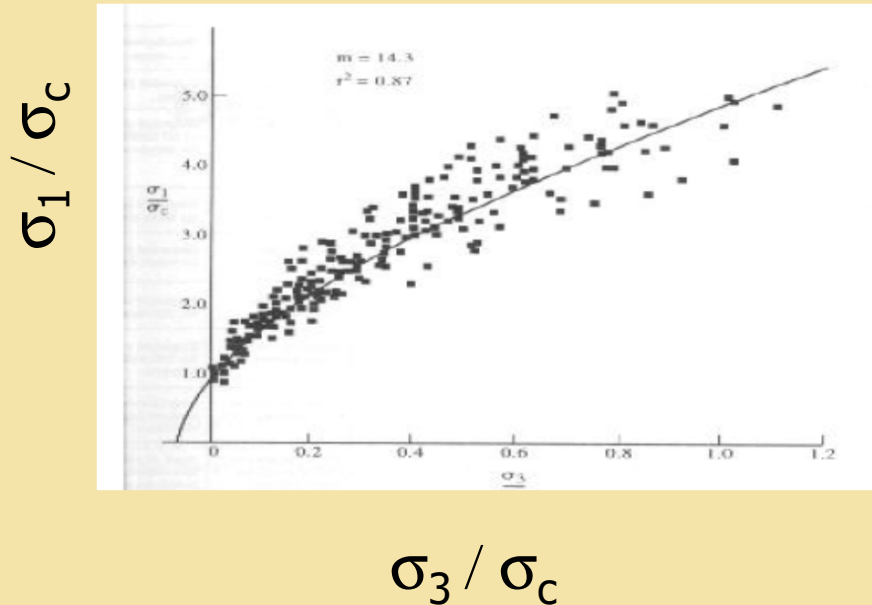
- Mohr-Coulomb: šestiboký jehlan (hrany jehlanu mohou působit numerické problémy - singularity)
- Drucker-Prager: kužel

Porovnání MC a DP modelu



Skutečné chování zemin lépe vystihuje Mohr-Coulombův model v porovnání s Drucker-Pragerovým modelem

Hoek – Brownův model



Vhodný pro skalní horniny.
Odvozen na základě
vyhodnocení
experimentálních měření.

Kritérium porušení

$$\sigma_1 = \sigma_3 + \left(m \sigma_c * \sigma_3 + s \sigma_c^2 \right)^{1/2}$$

- σ_1 - maximální hlavní napětí
- σ_3 - minimální hlavní napětí
- σ_c - pevnost v prostém tlaku horninového vzorku

m, s - pevnostní parametry horniny pro vrcholové podmínky